



Educação Matemática

Tecendo diálogos entre teoria e prática

Carla Melli Tambarussi
Organizadora

Carla Melli Tambarussi
Organizadora

Educação Matemática: tecendo diálogos entre teoria e prática



EDITORA
UEMASUL

2025

Todos os direitos reservados à Editora UEMASUL. É proibida a reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio.

O conteúdo desta publicação é de inteira responsabilidade dos autores.

Projeto Gráfico: Editora UEMASUL Catalogação na publicação Seção de Catalogação e Classificação.

E24 Educação matemática: tecendo diálogos entre teoria e prática. / Carla Melli Tambarussi (Org.). – Imperatriz: EDUEMASUL, 2025.

231 p. ; il.

ISBN 978-65-89274-46-9

1. Matemática – estudo e ensino. 2. Resolução de problemas. 3. Tecnologias digitais. 4. Modelagem matemática I. Tambarussi, Carla Melli.

CDU 510:37

Ficha elaborada pelo Bibliotecário: **Mateus de Araújo Souza CRB13/955**



Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão – UEMASUL

Reitora

Profa. Dra. Luciléa Ferreira Lopes Gonçalves

Vice-reitor

Prof. Dr. Jorge Diniz de Oliveira

Pró-Reitora de Gestão e Sustentabilidade Acadêmica

Prof. Dra. Márcia Suany Dias Cavalcante

Pró-Reitor de Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação

Prof. Dr. Allison Bezerra Oliveira

Pró-Reitor de Planejamento e Administração

Prof. Dr. José Sérgio de Jesus Salles

Pró-Reitor de Extensão e Assistência Estudantil

Prof. Dr. José Milton Lopes Pinheiro

Pró-Reitor de Gestão de Pessoas

Prof. Dr. Bruno Lucio Meneses Nascimento

Pró-Reitor de Infraestrutura

Prof. Dr. Wilson Araújo da Silva

ORGANIZADORA

Profa. Dra. Carla Melli Tambarussi

CONSELHO EDITORIAL

Profa. Dra. Camila Brito Collares da Silva

Profa. Dra. Andrea Ferraz Silva Pereira

Prof. Dr. Bruno Maia Halley

Prof. Dr. Caleb da Silva Araujo Campelo

Profa. Dra. Carla Melli Tambarussi

Prof. Dr. Diego Carvalho Viana

Profa. Dra. Gilvânia Queiroz Madeira de

Aguiar

Profa. Dra. Josiéli Demetrio Siqueira

Profa. Dra. Leisa Aparecida Gviasdescki

De Oliveira

Profa. Dra. Luciana Oliveira dos Santos

Profa. Dra. Luciene Santana Ferreira

COORDENAÇÃO DA EDITORA

Profa. Dra. Camila Brito Collares da Silva

DIAGRAMAÇÃO

Solange dos Santos Oliveira

CAPA

Eduardo da Conceição Jorge

APRESENTAÇÃO

A Educação Matemática, nos últimos sessenta anos, tem se constituído, segundo Bicudo¹ (2013) como uma região de inquérito em torno de questionamentos específicos em busca de procedimentos apropriados às ações de educar e de ensinar Matemática. Tais questionamentos se fortalecem à medida em que as pesquisas da área buscam, por exemplo, apresentar compreensões e aprofundamentos sobre modos de se trabalhar com a Matemática em sala de aula; sobre aspectos concernentes à aprendizagem dos alunos; sobre os desafios presentes na formação do professor.

É nessa complexidade de temas e de questionamentos que o livro “Educação Matemática: tecendo diálogos entre teoria e prática” tem seus capítulos organizados, reunindo textos que problematizam, sob distintos enfoques, modos de ensinar, de aprender e de compreender a Matemática nos diversos contextos educativos. Os capítulos dialogam com questões importantes da área como a Resolução de Problemas, a Modelagem Matemática, a formação de professores, as tecnologias digitais, o pensamento computacional, o currículo e as dimensões socioculturais que atravessam o ensino.

Nesse sentido, o primeiro texto propõe uma articulação entre as contribuições epistemológicas de Gaston Bachelard e as reflexões socioculturais de Zygmunt Bauman, ao abordar a Resolução de Problemas como prática pedagógica. Ao valorizar o erro como elemento constitutivo do conhecimento e a incerteza como marca do mundo contemporâneo, o capítulo tensiona visões tradicionais de ensino, defendendo uma abordagem que favoreça a autonomia intelectual, o pensamento crítico e a formação de sujeitos capazes de lidar com a complexidade.

¹ BICUDO, M. A. V. Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua prática pedagógica e produção de conhecimento. In: FLORES, C. R.; CASSIANI, S. (org). Tendências contemporâneas nas pesquisas em educação matemática e científica: sobre linguagens e práticas culturais. Campinas: Mercado das Letras, 2013. p. 17-40.

Na sequência, a obra apresenta uma experiência formativa vinculada à extensão universitária, desenvolvida no âmbito do PIBEXT da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (UEMASUL). O texto evidencia a articulação entre currículo, didática e avaliação no ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tomando como referência a Base Nacional Comum Curricular e a perspectiva da Resolução de Problemas. Ao descrever a organização de um minicurso estruturado em módulos e fundamentado em Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem, o capítulo contribui para o debate sobre a formação de professores e a construção de práticas pedagógicas mais coerentes e significativas.

O terceiro capítulo que compõe a obra, volta-se à Geometria Dinâmica, destacando o caráter investigativo desses ambientes a partir da relação entre o *software* e o sujeito-movente. O texto evidencia que o dinamismo não reside apenas na interface tecnológica, mas se atualiza na ação intencional do sujeito que explora, conjectura, testa e refina ideias. Nessa perspectiva, as atividades propostas em ambientes de Geometria Dinâmica devem favorecer a investigação, convidando os estudantes a interagir ativamente com o *software*, explorando propriedades e teoremas, dialogando com seus pares e aproximando-se, progressivamente, da formalidade matemática.

Ampliando as discussões sobre as Tecnologias Digitais, o quarto capítulo apresenta uma revisão sistemática da literatura sobre o uso de tecnologias digitais no ensino e na aprendizagem de Cálculo, tomando como base produções da área de Educação Matemática publicadas na última década. O estudo identifica convergências relacionadas à potencialidade da visualização proporcionada por *softwares* na construção de conjecturas e no desenvolvimento do conhecimento matemático, bem como ao uso articulado da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas. Além disso, destaca-se o papel do professor na mediação dessas tecnologias, evidenciando que recursos como gráficos dinâmicos e representações múltiplas ampliam as

possibilidades de compreensão dos conceitos de Cálculo, ao integrar movimento, visualização e formalização.

Na sequência, o capítulo dedica-se ao Pensamento Computacional na Educação Matemática, ancorando-se na perspectiva histórico-cultural para compreendê-lo como uma forma de organização do pensamento. O texto articula fundamentos teóricos, como as contribuições de Vygotski e Galperin, com práticas pedagógicas que evidenciam o potencial do Pensamento Computacional para o desenvolvimento de funções psicológicas superiores, da autonomia intelectual e da consciência crítica. Ao explorar desde a formação de conceitos matemáticos mediada por ambientes de programação até experiências de ensino, pesquisa e extensão, o capítulo destaca a integração entre lógica, abstração e ação, defendendo uma abordagem que ultrapassa o uso instrumental das tecnologias. Nesse sentido, propõe-se uma educação que não apenas ensine a utilizar recursos digitais, mas que forme sujeitos capazes de compreender, questionar e transformar o mundo mediado por algoritmos e dispositivos tecnológicos.

Ampliando o escopo das discussões, o sexto capítulo problematiza as relações entre Matemática, escola e questões de gênero e sexualidade, a partir da narrativa de um professor dos anos finais do Ensino Fundamental. Inspirado em uma abordagem foucaultiana, o texto evidencia como discursos de neutralidade podem, na prática, sustentar normatividades, silenciamentos e exclusões. Ao tensionar a ideia de que a Matemática seria um campo neutro, o capítulo revela que as práticas docentes também produzem sentidos, identidades e formas de existência, convocando o leitor a refletir sobre o papel político da educação.

Por fim, a obra contempla uma reflexão acerca da Modelagem Matemática, explorando suas diferentes compreensões tanto na Matemática Aplicada quanto na Educação Matemática. A partir de um olhar atento às produções acadêmicas de eventos científicos nacionais, o texto

evidencia aproximações e distanciamentos entre as áreas, destacando a importância de explicitar as concepções teóricas que sustentam as investigações. Tal discussão contribui para o fortalecimento do campo, ao promover maior rigor conceitual e diálogo entre diferentes tradições.

Em conjunto, os textos que compõem esta obra reafirmam a Educação Matemática como um espaço de investigação, problematização e transformação. Ao entrelaçar fundamentos teóricos, experiências formativas e análises críticas, o livro se apresenta como um convite à reflexão e à ação, dirigido a professores, pesquisadores e estudantes que se interessam por pensar a Matemática para além de seus conteúdos, reconhecendo-a como prática social, cultural e política.

Profa. Dra. Carla Melli Tambarussi

SUMÁRIO

13

Capítulo 1

DIÁLOGOS
ENTRE BAUMAN E
BACHELARD SOBRE
A RESOLUÇÃO
DE PROBLEMAS
EM MATEMÁTICA
COMO PRÁTICA
PEDAGÓGICA

35

Capítulo 2

DIDÁTICA DA
MATEMÁTICA PARA OS
ANOS INICIAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL

61

Capítulo 3

GEOMETRIA
DINÂMICA:
POSSIBILIDADES
QUE SE ABREM
AO TRABALHO
INVESTIGATIVO

91

Capítulo 4

AS TECNOLOGIAS
DIGITAIS NO ENSINO
E APRENDIZAGEM DE
CÁLCULO

127

Capítulo 5

PENSAMENTO
COMPUTACIONAL
NA EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA:
FUNDAMENTOS,
PRÁTICAS E
PERSPECTIVAS

165

Capítulo 6

A MATEMÁTICA DA
NORMA: O SILÊNCIO
SOBRE GÊNEROS E
SEXUALIDADES NA
SALA DE AULA

191

Capítulo 7

A MODELAGEM
MATEMÁTICA NA
MATEMÁTICA APLICADA
E NA EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA: ALGUMAS
CONSIDERAÇÕES

Diálogos entre Bauman e Bachelard sobre a resolução de problemas em matemática como prática pedagógica

Gisele Bosso de Freitas
Caleb da Silva Araujo Campelo

DIÁLOGOS ENTRE BAUMAN E BACHELARD SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM MATEMÁTICA COMO PRÁTICA PEDAGÓGICA

RESUMO

O capítulo propõe uma reflexão teórica sobre a Resolução de Problemas em Matemática como prática pedagógica, articulando as contribuições epistemológicas de Gaston Bachelard e socioculturais de Zygmunt Bauman. Fundamentado em abordagem qualitativa e ensaística, baseada em revisão bibliográfica, o texto discute o erro como elemento formativo do conhecimento científico e a incerteza como característica da contemporaneidade. A partir dessa aproximação, analisa-se a resolução de problemas como espaço de ruptura com o senso comum, desenvolvimento da autonomia intelectual e formação para lidar com contextos complexos e mutáveis. São discutidas implicações para a prática docente, destacando o papel mediador do professor e a valorização de estratégias investigativas que favorecem o pensamento crítico. O estudo também apresenta exemplo de atividade matemática para evidenciar como o erro e a incerteza podem contribuir para a construção conceitual. Conclui-se que a integração entre Bachelard e Bauman amplia a compreensão da resolução de problemas como prática formativa integral na Educação Matemática contemporânea.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; Educação Matemática; Erro Epistemológico; Modernidade Líquida; Formação Docente.

DIALOGUES BETWEEN BAUMAN AND BACHELARD ON PROBLEM SOLVING IN MATHEMATICS AS A PEDAGOGICAL PRACTICE

ABSTRACT

This chapter proposes a theoretical reflection on Problem Solving in Mathematics as a pedagogical practice, articulating the epistemological contributions of Gaston Bachelard and the sociocultural perspectives of Zygmunt Bauman. Grounded in a qualitative, essay-based approach supported by a literature review, the text discusses error as a formative element in scientific knowledge construction and uncertainty as a defining feature of contemporary society. From this perspective, problem solving is analyzed as a space for rupture with common sense, fostering intellectual autonomy and preparing learners to engage with complex and dynamic contexts. Implications for teaching practice are examined, highlighting the mediating role of the teacher and the value of investigative strategies that promote critical thinking. The study also presents an example of a mathematical activity to illustrate how error and uncertainty can contribute to conceptual development. It concludes that integrating Bachelard's and Bauman's perspectives broadens the understanding of problem solving as an integral formative practice in contemporary Mathematics Education.

Keywords: Problem Solving; Mathematics Education; Epistemological Error; Liquid Modernity; Teacher Education.

1. INTRODUÇÃO

A Resolução de Problemas ocupa um lugar central na Educação Matemática contemporânea e tem se consolidado como um elemento fundamental no ensino da Matemática, assumindo um papel central na formação de estudantes capazes de enfrentar desafios complexos, tanto no âmbito escolar quanto na vida cotidiana. Desde as contribuições clássicas de George Polya (1995), que sistematizou etapas heurísticas para o enfrentamento de situações-problema, essa abordagem tem sido considerada um caminho privilegiado para o desenvolvimento do pensamento crítico e da autonomia intelectual dos estudantes. No Brasil, autores como Dante (2018), Onuchic e Allevato (2014) e Proença (2018) reforçam que aprender Matemática por meio da Resolução de Problemas significa colocar o estudante em posição ativa, explorando, conjecturando, errando e reconstruindo saberes.

Na área de Matemática, a BNCC (Brasil, 2018, p. 266) destaca que o Ensino Fundamental deve focar no desenvolvimento do letramento matemático, entendido como a capacidade de pensar, representar, comunicar e argumentar por meio da matemática. Esse conjunto de habilidades permite que os estudantes formulem hipóteses, resolvam problemas e atuem em diferentes situações, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas próprias da Matemática.

A BNCC também aborda o conceito de competência, que envolve a integração de conhecimentos (conceituais e práticos), habilidades (cognitivas, sociais e emocionais), além de atitudes e valores, com o objetivo de enfrentar desafios complexos do dia a dia, garantir a cidadania plena e preparar para o mercado de trabalho (Brasil, 2018, p. 8).

Nesse sentido, as competências estabelecidas pela BNCC funcionam como um vínculo que conecta os três níveis da Educação Básica — Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Por outro lado, as habilidades, organizadas em diferentes áreas de conhecimento, são direcionadas às especificidades do aprendizado e ao desenvolvimento dos estudantes em cada etapa da educação.

Proença, Campelo e Santos (2022), em estudo baseado na BNCC, identificaram que, no Ensino Fundamental, são distribuídas 247 habilidades de Matemática entre os anos iniciais (1º ao 5º) e finais (6º ao 9º). Ao analisar especificamente as habilidades relacionadas à resolução de problemas, eles observaram que a maior concentração está na Unidade Temática Números (37 habilidades), enquanto Geometria (7) e Probabilidade e Estatística (4) apresentam as menores quantidades. Por ano escolar, a maior incidência dessas habilidades ocorre no 6º (15), 7º (16) e 8º (13) anos, sendo o 1º ano o que possui menos indicações (3).

Entretanto, apesar de seu potencial formativo, a Resolução de Problemas ainda encontra resistências na prática docente, muitas vezes marcada pela valorização do acerto e pela desvalorização do erro. Essa tensão reflete um desafio histórico: como promover uma aprendizagem que ultrapasse o ensino mecânico de algoritmos e incentive o raciocínio autônomo e criativo? Diante desse cenário, torna-se relevante pensar a Resolução de Problemas não apenas como uma metodologia de ensino, mas como uma prática epistemológica e social.

Este texto propõe uma reflexão teórica que aproxima os pensamentos de Gaston Bachelard e Zygmunt Bauman à Educação Matemática, buscando compreender de que forma suas ideias podem iluminar o papel da resolução de problemas como prática pedagógica. O objetivo é analisar

os aspectos epistemológicos (Bachelard) e socioculturais (Bauman) implicados nesse processo, interpretando a resolução de problemas como um espaço de ruptura com o senso comum e de formação para a incerteza.

Nesse sentido, o presente texto dialoga também com a leitura proposta por De Freitas, Alencar e Ferreira (2022), que analisam o erro bachelardiano à luz da modernidade líquida de Bauman, ressaltando a fecundidade dessa articulação teórica para repensar o ensino de Ciências e Matemática.

2. METODOLOGIA

A metodologia adotada neste capítulo tem caráter qualitativo e ensaístico, fundamentando-se em revisão bibliográfica e reflexão teórica sobre os aportes de Gaston Bachelard e Zygmunt Bauman no contexto da Resolução de Problemas em Matemática. O objetivo é oferecer subsídios conceituais que contribuam para a formação docente, favorecendo a compreensão do erro e da incerteza como dimensões formativas do pensamento matemático.

O percurso metodológico envolveu o levantamento e a análise de obras clássicas e contemporâneas relacionadas à temática, incluindo Polya (1995), Dante (2018), Onuchic e Allevato (2014), Proença (2018), Bachelard (1996), Bauman (2001) e De Freitas, Alencar e Ferreira (2022). A partir dessas leituras, procedeu-se à articulação conceitual entre as categorias bachelardianas de obstáculo epistemológico e ruptura com o senso comum e as categorias baumanianas de fluidez, incerteza e autonomia.

Essa análise interpretativa permitiu sistematizar uma leitura dialógica que fundamenta a Resolução de

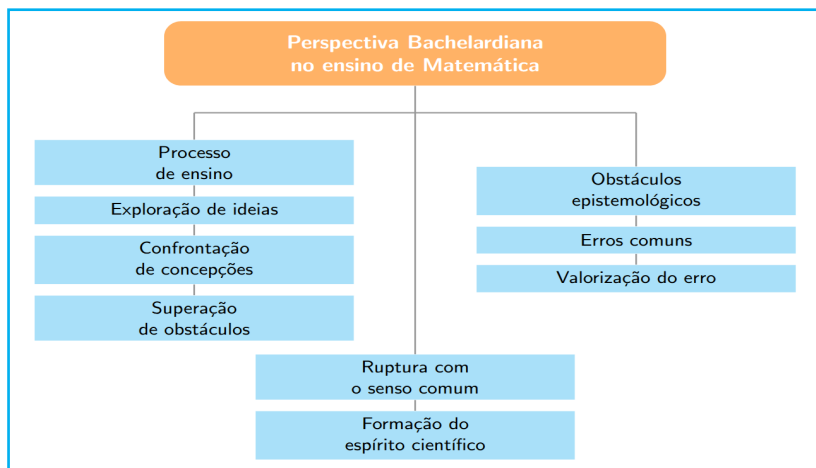
Problemas como prática de formação para o pensamento científico e para a autonomia intelectual. A escolha pela abordagem teórica reflete o propósito de construir bases conceituais sólidas que possam subsidiar futuras investigações empíricas, especialmente voltadas à prática docente e à formação inicial de professores de Matemática.

3. ENTRE A INCERTEZA E O ERRO COMO CAMINHOS DE APRENDIZAGEM

Para Bachelard (1996), o conhecimento científico não avança de maneira linear, mas por meio de rupturas com o senso comum e pela superação de obstáculos epistemológicos. O erro, longe de ser um fracasso, torna-se elemento essencial para a construção do saber. Assim, o processo educativo precisa criar condições para que o estudante confronte suas concepções iniciais e realize um verdadeiro “salto epistemológico”, desenvolvendo o espírito crítico e científico.

A Figura 1 representa a perspectiva bachelardiana aplicada ao ensino de Matemática, destacando a importância da ruptura epistemológica e da reconstrução do conhecimento científico a partir do enfrentamento de obstáculos conceituais. Segundo Gaston Bachelard, o processo de aprendizagem não é linear nem cumulativo, mas caracterizado por descontinuidades e reconstruções constantes do pensamento. No ensino de Matemática, essa visão implica compreender o erro como parte essencial do processo formativo, estimulando o aluno a questionar, refletir e reformular suas ideias prévias. Assim, o professor assume o papel de mediador que provoca o “choque epistemológico”, conduzindo o estudante à superação dos obstáculos e à construção de um saber mais crítico e racional.

Figura 1: Perspectiva bachelardiana no ensino de Matemática, evidenciando a relação entre ruptura



Fonte: Pesquisa própria (2025)

Essa perspectiva bachelardiana oferece à Educação Matemática uma lente potente: compreender o erro como etapa necessária, e não como desvio a ser punido. Na resolução de problemas, o estudante vivencia concretamente essa dialética entre erro e a correção, entre o pensamento intuitivo e a racionalidade formal.

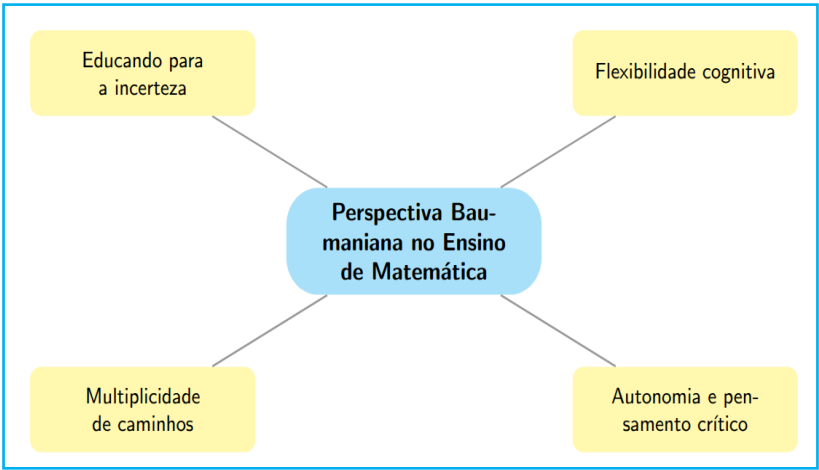
Como destacam De Freitas, Alencar e Ferreira (2022), o erro bachelardiano, quando reinterpretado no contexto da modernidade líquida, adquire uma dimensão formativa ainda mais ampla, pois traduz a necessidade de aprender a reconstruir o conhecimento em meio à instabilidade e à fluidez das certezas.

Bauman (2001) descreve a sociedade contemporânea como “líquida”, marcada pela fluidez das relações, pela instabilidade das certezas e pela necessidade constante de adaptação. Nesse contexto, educar implica preparar os sujeitos para agir em meio à incerteza, desenvolver

flexibilidade cognitiva e lidar com múltiplos caminhos possíveis.

A Figura 2 apresenta a perspectiva baumaniana aplicada ao ensino de Matemática, enfatizando a necessidade de formar sujeitos capazes de lidar com a fluidez e a incerteza do mundo contemporâneo. Inspirado nas ideias de Zygmunt Bauman sobre a modernidade líquida, o ensino de Matemática deve ir além da simples transmissão de técnicas e fórmulas, favorecendo o desenvolvimento da autonomia intelectual, da flexibilidade cognitiva e da capacidade de adaptação diante de situações complexas e mutáveis. Nesse contexto, a Resolução de Problemas se torna uma prática pedagógica essencial, pois desafia os estudantes a enfrentarem o imprevisível, explorarem múltiplas estratégias e aprenderem com os próprios erros, preparando-os para atuar criticamente em uma realidade em constante transformação.

Figura 2: Perspectiva baumaniana no ensino de Matemática, evidenciando os conceitos de modernidade líquida, incerteza, flexibilidade e formação para a autonomia no contexto educacional



Fonte: Pesquisa própria (2025)

Aplicada à Educação Matemática, essa concepção inspira a valorização de metodologias que incentivem a autonomia, a criatividade e o pensamento crítico — todas dimensões presentes na resolução de problemas. Resolver um problema matemático é, em última instância, aprender a pensar e agir num mundo incerto.

Ao colocar o estudante diante de desafios que exigem mobilização de conhecimentos, a Resolução de Problemas se torna uma forma de aprendizagem que responde às demandas da contemporaneidade líquida, como observa De Freitas et al. (2022), ao analisar o papel do erro e da dúvida no processo de formação científica.

A Resolução de Problemas em Matemática pode ser compreendida como um espaço privilegiado para concretizar, na prática pedagógica, as reflexões de Bauman e Bachelard sobre o conhecimento, a incerteza e o processo de formação do sujeito. Sob a ótica baumaniana, vivemos em uma modernidade líquida, caracterizada pela constante transformação, pela ausência de estruturas fixas e pela necessidade de lidar com a imprevisibilidade. Nesse contexto, a Resolução de Problemas rompe com a ideia tradicional de um ensino centrado em procedimentos únicos e respostas prontas, propondo uma aprendizagem mais aberta, na qual o estudante é convidado a explorar múltiplos caminhos e a construir suas próprias estratégias diante de situações novas e desafiadoras. Assim, o processo de resolução reflete o viver em um mundo incerto, no qual não há um único percurso seguro ou definitivo — cada tentativa representa uma negociação entre o saber já construído e o novo que se apresenta.

Essa multiplicidade de caminhos, contudo, é inseparável do erro, que, longe de ser visto como um fracasso, deve ser reconhecido como parte constitutiva do processo de aprender. É nesse ponto que se evidencia a aproximação com

Bachelard, cuja concepção epistemológica entende o erro como um obstáculo epistemológico — uma etapa necessária à superação das ideias prévias e ao avanço do pensamento científico. O erro, portanto, assume uma conotação produtiva: ele revela as concepções espontâneas do estudante e abre espaço para o diálogo, a reflexão e a reconstrução conceitual. Conforme argumentam Freitas, Alencar e Ferreira (2022), ao observar o erro bachelardiano na perspectiva da modernidade líquida, é possível reconhecer que o conhecimento se constrói na tensão entre o incerto (Bauman, 2001) e o erro superado (Bachelard, 1991), ambos necessários à formação crítica do sujeito.

Dessa forma, o ensino de Matemática, quando orientado pela Resolução de Problemas, pode simultaneamente preparar os estudantes para enfrentar as incertezas do mundo contemporâneo — promovendo flexibilidade, autonomia e resiliência intelectual — e desenvolver o espírito científico, por meio da valorização do erro e da ruptura epistemológica. Essa integração entre Bauman e Bachelard propicia uma Educação Matemática que vai além do domínio técnico, estimulando uma postura investigativa, reflexiva e criadora, capaz de formar cidadãos aptos a compreender e agir criticamente diante das complexidades e ambiguidades do mundo atual.

Ao integrar as perspectivas de Bauman e Bachelard, a prática da resolução de problemas emerge como um espaço privilegiado para a formação humana e intelectual. De Bauman, traz-se a necessidade de enfrentar a incerteza e aprender a conviver com a multiplicidade de caminhos; de Bachelard, a valorização do erro como etapa indispensável à aprendizagem significativa. Enquanto Bauman nos

lembra que a vida é um problema sem solução única, Bachelard ensina que o conhecimento nasce das tentativas, dos equívocos e das reformulações.

Nessa convergência, a sala de aula de Matemática torna-se um laboratório de pensamento, no qual o erro não é punido, mas analisado; e a incerteza não paralisa, mas impulsiona a busca. Essa postura pedagógica contribui para formar estudantes que não apenas resolvem problemas, mas compreendem o valor formativo de errar, persistir e reconstruir suas próprias ideias.

4. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ESPAÇO DE CONVERGÊNCIA

A Resolução de Problemas configura-se como um ponto de encontro entre as dimensões epistemológica e sociocultural do conhecimento, tornando-se um espaço privilegiado para o diálogo entre Bachelard e Bauman. De um lado, a perspectiva bachelardiana destaca que o ato de conhecer implica romper com o senso comum e superar obstáculos epistemológicos; de outro, a leitura baumaniana enfatiza a necessidade de aprender a viver e agir em um mundo em constante transformação, no qual o saber é provisório e mutável. Nesse sentido, a sala de aula de Matemática torna-se um microcosmo onde o estudante experimenta simultaneamente a ruptura com as certezas (Bachelard, 1991) e o enfrentamento das incertezas (Bauman, 2001).

Ao propor uma atividade de resolução de problemas, o professor convida os estudantes a pensar matematicamente, isto é, a mobilizar saberes prévios, formular hipóteses, testar caminhos e revisar suas estratégias diante de erros ou resultados inesperados (Proença, 2018; Campelo, Proença, 2025).

Proença (2018), ao abordar o processo de resolução de problemas, destaca quatro etapas essenciais: representação, planejamento, execução e monitoramento.

Na etapa de representação, o estudante compreende o problema mobilizando diferentes tipos de conhecimento. O conhecimento linguístico refere-se à interpretação das palavras e expressões da língua materna presentes na situação matemática, que indicam as ações necessárias. O conhecimento semântico envolve a compreensão dos termos matemáticos ou expressões específicas do contexto, exigindo familiaridade com conceitos matemáticos. Já o conhecimento esquemático diz respeito ao entendimento da natureza da situação, ou seja, ao conteúdo matemático envolvido.

Na fase de planejamento, o estudante formula uma estratégia para resolver o problema, ativando o conhecimento estratégico, que consiste na escolha de caminhos e métodos possíveis, como o uso de tabelas, desenhos, quadros ou procedimentos de tentativa e erro, entre outros. Durante a execução, o estudante implementa a estratégia escolhida, utilizando o conhecimento procedimental, que inclui a realização dos cálculos e representações necessárias. Por fim, na etapa de monitoramento, embora não exija um tipo específico de conhecimento, o estudante realiza uma avaliação crítica das respostas obtidas, confrontando-as com o contexto do problema para garantir sua coerência e validade.

Esse movimento, essencialmente investigativo, traduz o que Bachelard chama de formação do espírito científico: o exercício constante de reflexão sobre o próprio pensamento. Ao mesmo tempo, a multiplicidade de percursos possíveis diante de um problema reflete o caráter fluido da modernidade líquida de Bauman, na qual não há verdades únicas nem soluções definitivas,

mas a necessidade de lidar criativamente com a ambiguidade e a mudança.

A prática docente mediada pela Resolução de Problemas, portanto, exige do professor uma postura dialógica e investigativa, capaz de transformar o erro em ponto de partida para novas aprendizagens e de acolher a incerteza como componente natural do processo cognitivo. Nessa perspectiva, o erro deixa de ser um obstáculo a ser eliminado e passa a ser interpretado como evidência de raciocínio, como oportunidade de reconfigurar o pensamento e de desenvolver a autonomia intelectual. Assim, o espaço de aprendizagem se torna também um espaço de formação humana — onde se aprende não apenas a resolver problemas matemáticos, mas a pensar criticamente diante dos desafios do mundo contemporâneo.

Desse modo, a Resolução de Problemas em Matemática pode ser compreendida como um eixo integrador entre a epistemologia do erro e a sociologia da incerteza. Essa convergência revela que aprender Matemática é, ao mesmo tempo, um exercício de superação racional (Bachelard) e de adaptação criativa (Bauman). Ao conjugar essas duas dimensões, a prática pedagógica se amplia, articulando razão e sensibilidade, rigor e flexibilidade, estabilidade conceitual e abertura ao novo — aspectos essenciais para a formação de sujeitos críticos e reflexivos na modernidade líquida.

Exemplo de Atividade: o erro e a incerteza no estudo de funções trigonométricas

Em uma turma de 2º ano do Ensino Médio, o professor propôs o seguinte problema investigativo:

Ao observar o movimento de uma roda de bicicleta, um estudante decide modelar a altura de um ponto da borda em relação ao solo. Sabendo que a roda tem raio de 0,3 m e completa uma volta a cada 2 segundos, construa uma função que descreva essa altura ao longo do tempo.

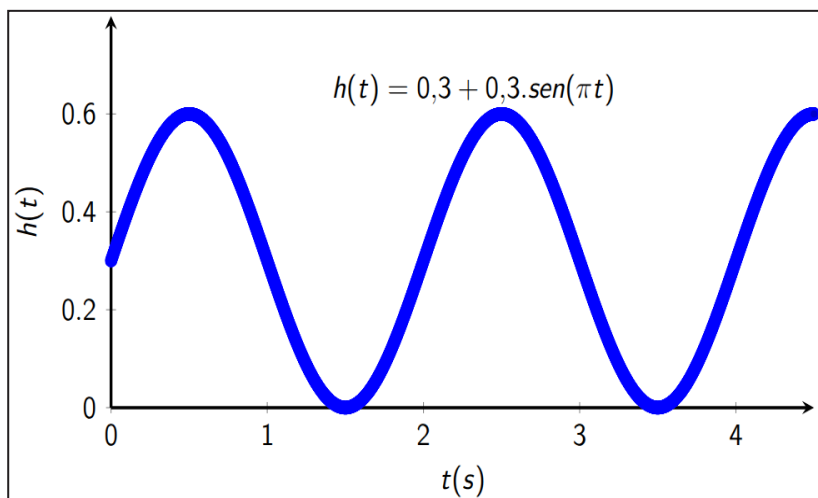
Inicialmente, a maioria dos estudantes tentou resolver o problema utilizando funções lineares ou quadráticas, ignorando o caráter periódico do movimento. Essa concepção espontânea, pautada em modelos familiares, revelou um obstáculo epistemológico no sentido bachelardiano: o apego a representações intuitivas impede o avanço conceitual.

Ao discutir coletivamente as respostas, o professor conduziu os alunos a perceberem que a trajetória descrita pelo ponto era circular e que, portanto, a variação da altura em função do tempo deveria ser periódica, podendo ser modelada por uma função senoidal do tipo.

$$h(t) = 0,3 + 0,3 \cdot \sin(\pi \cdot t)$$

Considerando $h(t)$ em metros e t em segundos. A representação geométrica é apresentada na Fig. 3.

Figura 3: Representação gráfica da variação periódica da altura de um ponto da roda em função do tempo



Fonte: Pesquisa própria (2025)

Nesse momento, o erro deixou de ser indício de fracasso e se converteu em instrumento formativo: a análise das ideias equivocadas permitiu aos estudantes reformular suas concepções e compreender o papel das funções trigonométricas na descrição de fenômenos periódicos — um verdadeiro salto epistemológico (Bachelard, 1996).

Sob a perspectiva de Bauman (2001), a atividade também evidencia a necessidade de lidar com a incerteza e a multiplicidade de caminhos. Diante de um problema aberto, sem um algoritmo imediato, os alunos precisavam experimentar, comparar estratégias e aceitar a instabilidade inerente à busca por modelos adequados — uma vivência concreta da modernidade líquida no contexto escolar.

Assim, a Resolução de Problemas, ao integrar a investigação matemática, o diálogo e a reflexão sobre o

erro, torna-se um espaço onde o conhecimento se constrói entre a ruptura epistemológica e a formação para a incerteza, articulando de modo vivo as contribuições de Bachelard e Bauman.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A articulação entre Bauman e Bachelard permite compreender que ensinar Matemática é, antes de tudo, educar para a complexidade. Nesse horizonte, a Resolução de Problemas ultrapassa o estatuto de simples metodologia de ensino e se configura como um espaço de formação integral, no qual o erro e a incerteza assumem centralidade pedagógica. Ao se deparar com desafios cujos caminhos e resultados não estão previamente determinados, o estudante é conduzido a desenvolver não apenas conhecimentos matemáticos, mas também atitudes éticas e científicas, como a persistência, a reflexão crítica e a abertura ao novo.

Nessa perspectiva, o papel do professor transforma-se: mais do que transmissor de respostas, ele se torna mediador, direcionador e incentivador de percursos intelectuais, orientando o diálogo entre o erro e o acerto, entre o instável e o estruturado. O processo de ensino-aprendizagem passa, assim, a valorizar a multiplicidade de estratégias, de modos de pensar e a fomentar a autonomia cognitiva, preparando o estudante para lidar com as incertezas próprias da vida contemporânea.

A aproximação entre as reflexões de Bauman e Bachelard evidencia que a Resolução de Problemas em Matemática pode ser compreendida como uma prática formativa que integra a ruptura epistemológica, proposta por Bachelard, à adaptação à incerteza, tematizada por Bauman. Inspirar-se em Bachelard é reconhecer o erro

como momento essencial do aprendizado; inspirar-se em Bauman é compreender que viver — e aprender — significa habitar o incerto. Conforme discutido por De Freitas, Alencar e Ferreira (2022), a conotação formativa do erro na modernidade líquida aponta para a constituição de sujeitos críticos, reflexivos e resilientes, capazes de aprender com a dúvida e de transformar o equívoco em possibilidade de reconstrução.

REFERÊNCIAS

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico:** contribuição para uma psicanálise do conhecimento. 1ª ed. 5ª reimpressão. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BACHELARD, Gaston. **A filosofia do não:** filosofia do novo espírito científico. 5ª ed. Lisboa: Presença, 1991.

BACHELARD, Gaston. **O novo espírito científico.** 3ª ed. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 2000.

BAUMAN, Zygmunt. **Modernidade líquida.** Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor Ltda, 2001.

BAUMAN, Zygmunt. **Sobre educação e juventude:** conversas com Riccardo Mazzeo. Rio de Janeiro: Zahar Editora, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Versão final. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

CAMPELO, Caleb da Silva Araujo; PROENÇA, Marcelo Carlos de. Conhecimento especializado no ensino de função exponencial via resolução de problemas no contexto do PIBID.

Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 27, n.3, p.276-297, maio. 2025.

DANTE, Luis Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 12^a ed. São Paulo: Ática, 2018.

DE FREITAS, Gisele Bosso; ALENCAR, Fabio Rapello; FERREIRA, Francisco Rômulo Monte. Uma Conotação para o Erro Bachelardiano sob a Ótica da Modernidade Líquida de Bauman. In: Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia, 18^o. **Anais do 18^o Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia**. São Paulo: Sociedade Brasileira de História da Ciência, 2022, p. 365–370.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Resolução de problemas: teoria e prática**. 2^a ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

POLYA, George. **How to solve it: a new aspect of mathematical method**. 2^a. ed. Princeton: Princeton University Press, 1995.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. **Resolução de problemas: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula**. Maringá: EdUEM, 2018.

PROENÇA, Marcelo Carlos de; CAMPELO, Caleb da Silva Araujo; SANTOS, Renato Rodrigues dos. Problem solving in BNCC: reflections for its insertion in the curriculum and in Mathematics teaching at Elementary School. **Revista Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 13, n. 6, p. 1-20, dez. 2022.

SOBRE OS AUTORES

Gisele Bosso de Freitas

Possui graduação em Matemática, mestrado e doutorado em Biofísica Molecular pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP), com período sanduíche durante o doutorado na Universidad Autónoma de Madrid (UAM). É especialista em Aprendizagem Ativa STEM com Simulações Interativas PhET pela University of Colorado Boulder (CU). Atualmente, é docente na Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (UEMASUL), onde desenvolve projetos de pesquisa, extensão e inovação em alfabetização científica, pensamento computacional, gamificação, computação e informação quântica. Atua no Ensino de Ciências e Matemática, desenvolvendo experimentos de baixo custo e atividades com simulações interativas para a aprendizagem ativa na educação básica e superior. É PhET Fellow desde 2023, autora, tradutora e revisora de atividades do site PhET Interactive Simulations.



Caleb da Silva Araujo Campelo

Doutor em Educação para a Ciência e a Matemática pelo Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, com período sanduíche na Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas e no Centro de Investigación Avanzada en Educación da Universidad de Chile. Possui mestrado em Matemática Aplicada e Computacional pela Unicamp, especialização em Educação Matemática na Contemporaneidade pela UNIFAL e licenciatura em Matemática pela UEMA. Atualmente, é professor da UEMASUL, vinculado ao Centro de Ciências Exatas, Naturais e Tecnológicas, atuando também no Mestrado em Processos e Tecnologias Educacionais, na área de Tecnologias Educacionais para a Educação Básica, com ênfase na formação de professores. Integra a gestão (2024 - 2027) da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Regional Maranhão. Lidera o Grupo de Estudos e Pesquisas em Ensino de Matemática (G-PEM). É bolsista de produtividade na modalidade pós-graduação.



Didática da matemática para os anos iniciais do ensino fundamental

Ricardo Gavioli de Oliveira
Ula Fabiana Miranda da Silva
Camila Perez da Silva
Antônio Alves Ferreira
Hugo Lima Araújo

DIDÁTICA DA MATEMÁTICA PARA OS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

RESUMO

O presente texto visa apresentar as etapas centrais do projeto de extensão universitária realizado a partir do Programa Institucional de Bolsa de Extensão (PIBEXT), da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (UEMASUL). O objetivo foi ofertar um minicurso centrado nas questões relacionadas à organização curricular do conteúdo de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, com foco nos aspectos metodológicos e didáticos que envolvem o letramento matemático, a fim de contribuir para uma formação mais orgânica dos conteúdos inerentes à Matemática. Para tanto, foram selecionadas atividades relacionadas às unidades temáticas da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sobre os seguintes assuntos: números e operações; espaço e forma; grandezas e medidas e tratamento de informações para serem trabalhos na perspectiva da Resolução de Problemas (RP). A metodologia utilizada foi a do projeto Educação Matemática para os Anos Iniciais (EMAI), que integra um conjunto de ações que envolvem aspectos curriculares, formação de professores e avaliação. O minicurso foi ofertado durante o mês de junho de 2024, com carga horária de 30 horas e subdividido da seguinte maneira: Módulo 1 - A Didática do Ensino da Matemática: metodologia na resolução de problemas; Módulo 2 - O currículo praticado na escola e o currículo expresso nas expectativas de aprendizagem; Módulo 3 - Formas diferenciadas de Avaliação. O texto apresenta a organização dos módulos e as discussões em cada etapa com foco nos resultados

referentes às expectativas de aprendizagem dos cursistas com base nas Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem (THA).

Palavras-chave: Didática da Matemática; THA; Resolução de Problemas; Ensino Fundamental.

MATHEMATICS TEACHING METHODOLOGY FOR THE EARLY YEARS OF ELEMENTARY SCHOOL

ABSTRACT

This text aims to present the central stages of a university extension project carried out through the Institutional Extension Scholarship Program (PIBEXT) of the State University of the Tocantins Region of Maranhão (UEMASUL). The objective was to offer a mini-course focused on issues related to the curricular organization of mathematics content in the early years of elementary school, emphasizing the methodological and didactic aspects involved in mathematical literacy, in order to contribute to a more organic formation of the content inherent to mathematics. To this end, activities related to the thematic units of the National Common Curricular Base (BNCC) on the following topics were selected: numbers and operations; space and form; quantities and measures; and data handling, to be worked on from the perspective of Problem Solving (PS). The methodology used was that of the Mathematics Education for the Early Years (EMAI) project, which integrates a set of actions involving curricular aspects, teacher training, and evaluation. The mini-course was offered during the month of June 2024, with a workload of 30 hours and subdivided as follows: Module 1 - The Didactics of Mathematics Teaching:

methodology in problem solving; Module 2 - The curriculum practiced in school and the curriculum expressed in learning expectations; Module 3 - Differentiated Forms of Assessment. The text presents the organization of the modules and the discussions in each stage, focusing on the results related to the learning expectations of the course participants based on Hypothetical Learning Trajectories (HLT).

Keywords: Didactics of Mathematics; HLT; Problem Solving; Elementary Education.

1. INTRODUÇÃO

O projeto “Didática da Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental” desenvolvido a partir do Programa Institucional de Bolsa de Extensão (PIBEXT), da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (UEMASUL), teve como objetivo a oferta de um minicurso centrado nas questões relacionadas à organização curricular e aos aspectos metodológicos e didáticos que envolvem o letramento matemático a fim de contribuir com uma formação mais orgânica acerca do ensino dos conteúdos inerentes à Matemática aos estudantes do curso de Pedagogia e professores da Educação Básica, em especial, dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

O minicurso desenvolveu ações referentes ao projeto Educação Matemática nos Anos Iniciais (EMAI), utilizado como metodologia de formação de professores. Segundo Pires (2012), a importância em investir na formação dos professores da Educação Básica, em especial do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, foi o que motivou o desenvolvimento do EMAI, cujo objetivo é “articular o processo de desenvolvimento curricular em Matemática, a

formação de professores, o processo de aprendizagem dos alunos em Matemática e a avaliação dessas aprendizagens, elementos-chave de promoção da qualidade da educação” (p. 08).

O projeto EMAI apresenta três pilares de atuação: organização e desenvolvimento curricular; formação de professores; e avaliação das ações e do desempenho dos alunos. Pires (2012) ressalta que, um diferencial do projeto é o de propor como sua ação principal, a constituição de Grupos de Estudo de Educação Matemática, atuando no formato de grupos colaborativos, organizados pelo Professor Coordenador com atividades conduzidas.

Os Grupos de Estudos colaborativos contribuem para o processo de formação de professores por meio da reflexão coletiva sobre o planejamento das práticas pedagógicas inerentes aos processo de ensino e aprendizagem em matemática. Assim, os professores estudam e planejam suas ações a partir das Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem (THA).

Para De Lima e Pires (2012), as THA baseiam-se

[...] no pressuposto de que é preciso planejar trajetórias – caminhos, percursos – que imaginamos serem interessantes e potentes para que os alunos de uma turma consigam atingir as expectativas de aprendizagem que estão previstas para um determinado período da escolaridade. São hipotéticas porque na sua realização em sala de aula são sempre sujeitas a ajustes e redirecionamentos (p. 14).

O segundo pilar do projeto EMAI, refere-se à formação de professores e tem como base, os estudos de Tardif (2010), sobre os diferentes saberes docentes, em especial os estudos da formação, disciplinares, curriculares e saberes da experiência. Neste contexto, percebe-se a ligação dos Grupos Colaborativos que possibilitam a troca de diferentes saberes durante o processo de

desenvolvimento de estudos e planejamento do trabalho pedagógico.

O terceiro pilar refere-se à avaliação, que conforme Pires (2012, p. 15), tem como proposta o desenvolvimento de um projeto que envolva “os professores na avaliação do currículo existente”, de modo que ele possam “utilizar os resultados da avaliação em reformulações que se mostrarem necessárias, entendendo o currículo como elemento dinâmico da prática educativa”

É nessa perspectiva que o projeto “Didática da Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental” foi desenvolvido. O objetivo foi contribuir com a formação inicial dos estudantes de Pedagogia e professores da Educação Básica, a fim de promover reflexões sobre os conteúdos, planejamento e avaliação, em especial dos anos iniciais do Ensino Fundamental, compreendendo o professor enquanto protagonista do processo de ensino e aprendizagem e como mediador de percursos didáticos de ensino que levem em consideração as fases de desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes.

Para tanto, foi ofertado um minicurso com duração de 30h durante o mês de junho de 2024, a fim de apresentar as estratégias didáticas inerentes ao projeto EMAI, tendo em vista, a reflexão e o desenvolvimento de sequências didáticas que favoreçam uma rotina de aula produtiva, com base na contextualização dos conteúdos ministrados e na organização das turmas em agrupamentos produtivos, com vistas ao incentivo de interações e novas aprendizagens.

Neste sentido, o presente texto visa apresentar as etapas de desenvolvimento do projeto, com ênfase no minicurso que fora subdividido da seguinte maneira: Módulo 1-A didática do ensino da matemática: metodologia na resolução de problemas; Módulo 2 - O currículo praticado na escola e o currículo expresso nas expectativas de aprendizagem; Módulo 3 - Formas diferenciadas de Avaliação.

2. METODOLOGIA

As organizações que antecederam a oferta do minicurso, iniciaram-se com estudos e seleção das habilidades e competências do 1º ao 5º Ano do Ensino Fundamental, presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com propósito de orientar e organizar um currículo voltado para os conhecimentos matemáticos sobre números e operações; espaço e forma; grandezas e medidas e tratamento de informações. Tal organização, teve como base os conhecimentos matemáticos que corroboram de forma significativa para pensar a construção dos saberes que envolvem a matemática, em consonância com os documentos norteadores desta etapa da Educação Básica.

Figura 1: Organização curricular das habilidades e competências da BNCC.

ANO	NÚMERO E OPERAÇÕES	HABILIDADES	COMPETÊNCIAS
2º	Regularidade do Sistema Decimal	(EF02MA01) Comparar e ordenar números naturais (até a ordem de centenas) pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e função do zero)	Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
2º	Regularidade do Sistema Decimal	(EF02MA02) Fazer estimativas por meio de estratégias diversas a respeito da quantidade de objetos de coleções e registrar o resultado da contagem desses objetos (até 1000 unidades)	Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

Fonte: Adaptado a partir da BNCC (2018)

A segunda etapa, refere-se à organização das propostas de atividades a partir das THA do Projeto EMAI, que visa apresentar diversos conteúdos e estratégias de ensino para os professores. Nesta etapa, os cursistas foram divididos em Grupos Colaborativos, a fim de refletir e planejar ações pedagógicas pensando o ensino e na aprendizagem a partir de situações-problemas.

A organização ocorreu da seguinte maneira: as habilidades da BNCC, previamente estruturadas, foram integradas às THA do material do EMAI, permitindo que os cursistas compreendessem quais estratégias seriam mais adequadas. O objetivo foi possibilitar a elaboração de contextos e propostas didáticas relacionados aos conhecimentos matemáticos, a partir de reflexões sobre o processo de desenvolvimento desses conteúdos.

Figura 2: Exemplo das Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem do EMAI.

NÚMEROS E OPERAÇÕES (BNCC):

(EF03MA01) – Ler, escrever e comparar números naturais de até a ordem de unidade de milhar, estabelecendo relações entre os registros numéricos e em língua materna.

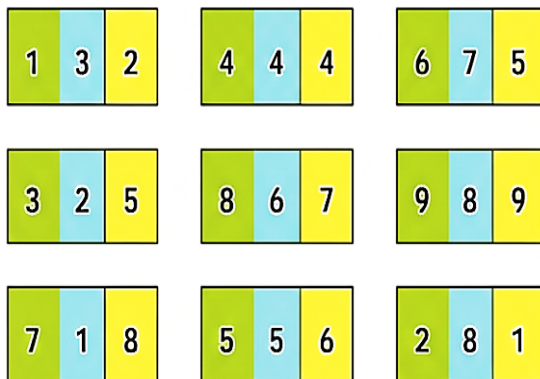
(EF03MA02) – Identificar características do sistema de numeração decimal, utilizando a composição e a decomposição de número natural de até quatro ordens.

ATIVIDADE 2.3

Por meio de cartelas, componha os números:

Cento e vinte três	Duzentos e cinquenta e sete	Trezentos e dezenove	Seiscentos e cinquenta
Oitocentos e dois	Quatrocentos e quarenta e quatro	Seiscentos e oito	Novencentos e onze

Usando cartelas de três cores e sobrepondo-as, um aluno compôs diferentes escritas numéricas. Leia cada um dos números.



A. Indique qual é o maior deles.

B. Indique qual o menor deles.

C. Escreva esses números em ordem decrescente.

Fonte: EMAI (2014)

Em seguida, foram utilizados recursos do Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA) do curso de Matemática da UEMASUL, como por exemplo: blocos lógicos, tangran, torre de hanoi, sólidos geométricos etc., a fim de orientar os cursistas sobre as diversas estratégias

de ensino e aprendizagem que podem ser desenvolvidos em sala de aula com o uso de diferentes materiais didáticos, para que compreendam a importância do uso de tais materiais para a representação dos conteúdos e para uso social no cotidiano dos estudantes.

Figura 3: Recursos didáticos para o ensino e aprendizagem de matemática do LEMA-UEMASUL



Fonte: Arquivo pessoal (2024)

Os agrupamentos produtivos permitiram interações mais propositivas entre os cursistas, com foco na reflexão coletiva e trocas de saberes para a construção e sugestões sobre os planejamentos didáticos e a melhoria do processo de ensino e aprendizagem da matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O minicurso evidenciou a necessidade de superar práticas tradicionais e esvaziadas de sentido, durante o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Tais práticas consistem em um ensino baseado somente em exercícios de fixação, completamente descontextualizado da realidade do educando, pautados no que Freire (1987) denomina como “educação bancária”.

O primeiro módulo teve como foco o trabalho com a lógica de ensino da matemática a partir da metodologia da Resolução de Problemas (RP). Tal metodologia consiste em dar sentido ao ensino e aprendizado e, segundo Onuchic (1999), pressupõe aulas de Matemática com professores e alunos envolvidos em comunidades de aprendizagem, desempenhando diferentes papéis e responsabilidades, visando a promover uma aprendizagem mais significativa.

Nesse sentido, a RP dos conteúdos de matemática exige que o estudante seja considerado o protagonista no processo de construção do seu conhecimento e, o professor, como um profissional que conhece as fases de desenvolvimento e os conteúdos curriculares, a fim de atuar como mediador de situações-problemas, conectando os conteúdos à realidade do educando, tendo em vista o uso social daquilo que é ensinado e não apenas a fixação/memorização de exercícios. A ideia central consiste na compreensão de que o ensino da matemática não se resume somente à exercitação de atividades, com base no “arme e efetue”, mas sim, na discussão de processos e metodologias na perspectiva da resolução de problemas, tendo como base, o material do projeto EMAI, com foco na construção do pensamento estratégico e didático ao que se refere os conteúdos matemáticos.

O segundo módulo abordou a temática O currículo praticado na escola e o currículo expresso nas expectativas

de aprendizagem, momento no qual foram apresentados aos cursistas o currículo do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, para destacar os conteúdos relacionados ao ensino dos números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamentos de informações. Nesta etapa, o material do EMAI foi utilizado para orientar os professores a planejarem, em coletivo, os processos para construção do conhecimento dos conteúdos matemáticos em sala de aula, tendo em vista o ensino através de situações-problemas, com o material didático organizado em trajetórias hipotéticas de aprendizagem.

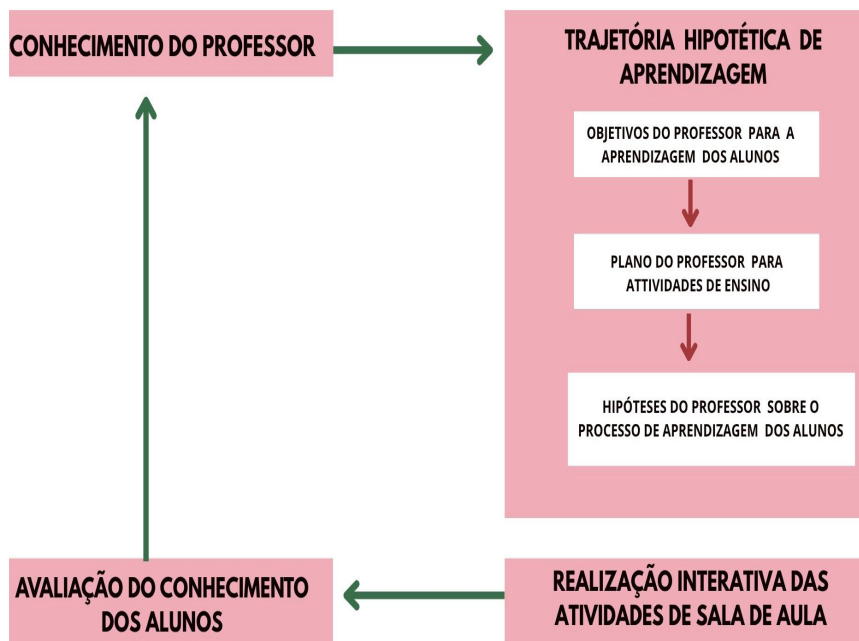
De acordo com Tardif (2014) os professores possuem diferentes saberes, como por exemplo, os saberes disciplinares, curriculares e experienciais, o que significa que para pensar o planejamento na perspectiva da THA, o professor deve considerar os diferentes saberes dos professores em seu campo de atuação. Afinal, as THA consistem em um plano de atividades de ensino estruturado a partir da definição de objetivos voltados para o desenvolvimento de habilidades, articulados às hipóteses sobre os possíveis processos de aprendizagem dos estudantes.

Segundo Pires (2012), as THA têm inspiração nas investigações de Simon (1995) que considera o objetivo da aprendizagem, as atividades de aprendizagem, o pensamento, o conhecimento dos estudantes e o conhecimento do professor, como essenciais para desenvolver a aprendizagem significativa, tendo como meta, o desenvolvimento concreto do Ciclo de Ensino de Matemática.

Nesta perspectiva “usaremos o termo trajetória hipotética de aprendizagem tanto para fazer referência ao prognóstico do professor, como para o caminho que possibilitará o processamento da aprendizagem” (Simon, 1995, p. 35).

Percebe-se que toda a THA, considera como importante o conhecimento do professor, conhecimento prévio dos alunos até a avaliação, que neste caso, ocorre durante todo o processo de aprendizagem.

Figura 4: Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem (THA).



Fonte: Ciclo de Ensino de Matemática abreviado de Simon (1995)

Neste aspecto, uma das ações propostas pelo projeto EMAI refere-se aos Grupos Colaborativos para a concretização do planejamento didático, uma vez que estes permitem que os professores conjuntamente elaborem propostas didáticas a partir das THA, em sequência com as expectativas de aprendizagem, enfatizando as expectativas

dos professores sobre o processo de aprendizagem das crianças sobre o conteúdo matemático a ser ensinado.

O terceiro módulo abordou os diferentes tipos de avaliação, que segundo Onuchic (1999), deve considerar um ensino baseado na resolução de problemas e na necessidade de avaliar continuamente as aprendizagens dos educandos, a fim de romper com modelos de avaliações tradicionais que investem somente no produto, com foco na mensuração e classificação dos estudantes.

Para ampliar a compreensão sobre a avaliação, as considerações de Pires (2012) colaboraram para ressaltar as mudanças significativas decorrentes da aplicação do projeto EMAI nas escolas, assim como, a relevância da reflexão em agrupamentos produtivos, destacando o sentido real da avaliação, com vistas a alterar os tradicionais modelos que investem somente no produto com notas somativas. A autora apresenta as concepções de avaliação expressas por Luckesi (2011) e Hoffman (2012), e destaca que, na perspectiva de uma avaliação crítica, não basta verificar os conhecimentos dos alunos; é igualmente necessário que os professores revisitem seus próprios conceitos, valores e práticas pedagógicas, tanto de forma individual quanto coletiva, no âmbito da escola e do sistema de ensino.

Dessa maneira, os cursistas foram instigados a compreenderem a importância da avaliação contínua para a mudança na concepção do ensino e no processo de assimilação ativa dos conteúdos.

Após estas etapas de estudo sobre os conteúdos, os cursistas foram convidados a demonstrar, por intermédio de diferentes estratégias didáticas elaboradas em agrupamentos produtivos, a organização das sequências didáticas e os recursos que pretendiam utilizar nas práticas de ensino.

A seguir serão apresentados os resultados de algumas expectativas de aprendizagem trabalhadas pelos cursistas, que foram subdivididos em grupos do 1 ao 5.

4. EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM TRABALHADAS PELOS CURSISTAS

O grupo 1 propôs a utilização de recursos em sala de aula por meio de um jogo, com a finalidade de identificar os conhecimentos prévios dos alunos antes da introdução dos conteúdos. A proposta buscava envolver os estudantes na resolução das questões, demonstrando que a dinamização das aulas, seja em atividades coletivas ou individuais, pode atribuir maior significado aos conteúdos trabalhados.

A sequência didática apresentada na Figura 5, foi elaborada pelos cursistas e teve como tema, a “Sistema de numeração decimal – ordens e classes”, com foco nas aprendizagens dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental.

Na etapa inicial, a proposta era de ativação dos conhecimentos prévios de forma concreta. Para tanto, o professor inicia um diálogo sobre como os números são organizados e, em seguida, propõe um jogo com tampinhas e cartões coloridos (representando unidades, dezenas e centenas), para que os alunos, em grupos, formem números e compreendam as trocas: 10 unidades → 1 dezena; 10 dezenas → 1 centena, e assim sucessivamente.

Em seguida, tem início a etapa da “Representação e sistematização (pictórica e simbólica)”, na qual os alunos passam a registrar em uma tabela, os números formados no jogo, organizando-os nas ordens CDU(Centena, Dezena, Unidade) e classes (milhares, milhões etc.), de modo que o professor vai orientando a escrita dos números por extenso, reforçando o valor posicional dos algarismos.

Na terceira etapa, segue-se para a “Resolução de problemas”, quando se utiliza o material impresso, a fim de que os alunos identifiquem as ordens e classes, completando tabelas e comparando números. Nesta etapa, ocorre a transição do concreto para o simbólico, consolidando a aprendizagem.

Figura 5: Expectativa de aprendizagem do grupo 1

Fonte: Arquivo pessoal (2024)

Desta maneira, tanto o jogo como o trabalho em grupo, contribuíram para reforçar o papel ativo do estudante no processo de aprendizagem, favorecendo o desenvolvimento do pensamento numérico e lógico.

Neste sentido, a atividade contribui para que os estudantes identificassem o valor posicional dos algarismos em diferentes ordens e classes, compreendendo que o sistema de numeração decimal é organizado por potências de dez e desenvolvendo o raciocínio lógico ao comparar e ordenar números naturais, estabelecendo uma relação entre representações concretas e abstratas dos números.

O grupo 2 apresentou a proposta de modificar completamente a estrutura da atividade original, por considerá-la muito complexa para o nível das crianças. Como alternativa, os cursistas sugeriram a contextualização do ensino dos números utilizando a realidade dos alunos, tomando como referência os números de suas casas, por exemplo.

Essa adaptação teve como objetivo, aproximar o conteúdo da vivência cotidiana dos educandos, facilitando a compreensão das unidades, dezenas e centenas a partir de exemplos concretos e familiares, enfatizando o uso de situações significativas do cotidiano como estratégia didática para tornar o aprendizado dos números mais acessível, contextualizado e significativo.

Já o grupo 3 propôs alterações na atividade, destacando que ela apresentava certo nível de complexidade para os alunos. Como adaptação na Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA), foi sugerida a contextualização do trabalho com números a partir da realidade dos educandos, utilizando os números de suas casas como referência, a exemplo do que fora proposto pelo Grupo 2.

Assim, o grupo 3, além de apresentar a sequência didática da sua expectativa de aprendizagem também, inseriu questionamentos como por exemplo: o que é

Figura 6: Expectativa de aprendizagem do grupo 3

O foco principal foi o trabalho com adição e a compreensão da junção de quantidades por meio de situações contextualizadas. A atividade foi estruturada da seguinte forma: contextualização e problematização inicial. Foi apresentado um problema envolvendo bonecos com o objetivo de provocar a reflexão sobre a lógica da junção, usando representação concreta (desenho ou marcação de bonecas) para visualizar a operação de adição.

Em seguida, foi utilizada as estratégias de registro e cálculo, a partir das quais o grupo sugere imprimir bonequinhos para que os alunos façam a contagem de forma prática, promovendo a visualização e a manipulação concreta dos objetos. A atividade estimula a decomposição dos números (por exemplo, $13 + 25 = 10 + 3 + 20 + 5$) para facilitar a compreensão do processo de adição.

Após isso, foram propostos novos desafios e estímulo da reflexão, como por exemplo, uma nova contagem ($13 + 25$), incentivando os alunos a refletirem sobre como realizar a contagem e a separação dos números. O professor orientou a verificação do resultado, questionando se eles acertaram a contagem, promovendo o raciocínio lógico e o auto-conhecimento do processo.

Por fim, ocorreu a observação sobre diferentes estratégias, para demonstrar que existem maneiras alternativas de resolver a adição (como agrupar de forma diferente), destacando que nem sempre a abordagem tradicional é a única correta. Esse ponto foi importante para reforçar a importância de respeitar o pensamento individual dos educandos e como eles compreendem a lógica matemática.

Desta maneira, a atividade teve como objetivo desenvolver a compreensão do conceito de adição por meio de problemas contextualizados, promovendo o uso de estratégias concretas e pictóricas para auxiliar na contagem e na junção de quantidades, além de incentivar o pensamento lógico e a reflexão sobre diferentes formas de resolver o mesmo problema.

O grupo 4, por sua vez, se limitou a responder as questões que foram solicitadas no material didático. Neste momento

esperava-se que os cursistas trouxessem as suas propostas de atividades, expressando suas expectativas de aprendizagem, dialogando com os conteúdos matemáticos de diversas áreas do conhecimento como por exemplo, a geografia, história, ciências etc. Todavia, isso não ocorreu na prática, uma vez que os mesmos se limitaram somente a responder às questões sugeridas pelos professores que ministravam o curso, conforme fica evidente na figura 7:

Figura 7: Expectativas de aprendizagem do grupo 4

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS
DO ENSINO FUNDAMENTAL

(EF05MA19) Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.



SEQUÊNCIA 14

ATIVIDADE 14.1

Carlos é comerciante e tem uma loja de doces. Ele aprendeu a fazer muitos cálculos apenas mentalmente. É comum ele precisar fazer multiplicações por 10, 100 e 1000. Que resultados você acha que ele obtém ao calcular:

$3 \times 10?$	30	$20 \times 10?$	200
$3 \times 100?$	300	$20 \times 100?$	2000
$3 \times 1000?$	3000	$20 \times 1000?$	20000

Que regra prática você formula para multiplicar um número por 10, por 100 e por 1000?

a cada número que é multiplicado por 10, por 100 e por 1000, o resultado aumenta o zero. Ex: 30, 300, 3000

Agora, calcule mentalmente esses outros resultados:

20×30	600	2×300	600
40×90	3600	4×900	3600
50×60	3000	5×600	3000
70×80	5600	7×800	5600

O que você observou de interessante nesses cálculos?

os alunos podem utilizar apenas os dois primeiros números. Ex: $2 \times 3 = 6$, depois adicionar o total de zeros. Ex: $20 \times 30 = 600$.

96 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL – EM

Fonte: Arquivo pessoal (2024)

O grupo 5, realizou a apresentação de um problema juntamente com a apresentação do conteúdo, a fim de que os educandos conhecessem e detectassem o nível de conhecimento da suposta turma. Ao inserir a lógica da RP em sua metodologia, os cursistas deste grupo partiram da ideia de que as questões dos materiais são os problemas a serem resolvidos, o que de fato procede.

Porém, para fundamentar e trazer uma visão analítica dos conteúdos, seria necessário compreender a RP como uma situação concreta que, de forma simples, devem estar relacionada às situações vivenciadas pelos alunos, evidenciado que é de primordial importância a construção do conhecimento de forma ativa e significativa.

Após a finalização das atividades, ficou evidente que, diante das expectativas de aprendizagem apresentadas pelos grupos, os cursistas buscaram valorizar os conhecimentos prévios dos alunos, inserindo os conteúdos em seus contextos sociais. Todavia, a perspectiva do ensino a partir da resolução de problema não foi empregada corretamente em todos os casos, o que, de acordo com Onuchic (1999), evidencia que nesta metodologia, o problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento do projeto evidenciou a importância de articular teoria e prática no processo formativo de futuros professores e docentes em exercício na Educação Básica. A realização do minicurso, estruturado a partir dos pressupostos do Projeto EMAI, oportunizou aos participantes refletirem sobre o ensino da Matemática de forma mais contextualizada, dialógica e significativa, superando práticas tradicionais centradas na memorização e na repetição mecânica de exercícios.

As discussões promovidas em torno da resolução de problemas, da organização curricular, das trajetórias hipotéticas de aprendizagem e da avaliação contínua contribuíram para ampliar a compreensão dos cursistas acerca de novas possibilidades pedagógicas.

Percebeu-se que, ao trabalharem em grupos colaborativos, os futuros professores conseguiram propor sequências didáticas que buscavam considerar os saberes prévios dos educandos, o uso de materiais didáticos diversificados e a relação dos conteúdos com o cotidiano dos estudantes. Embora tenham sido identificadas dificuldades em alguns momentos, sobretudo quanto à compreensão da resolução de problemas como metodologia central de ensino, os resultados demonstraram avanços na reflexão crítica sobre as práticas pedagógicas.

Essa experiência reforça a relevância de projetos de extensão universitária que aproximem a universidade da escola básica, fortalecendo o processo formativo e a construção de uma identidade docente comprometida com uma educação matemática de qualidade. Isso significa que, apesar das dificuldades, o projeto cumpriu seus objetivos ao promover o diálogo entre diferentes saberes e experiências, consolidando-se como um espaço de aprendizagem colaborativa, crítica e inovadora. Espera-se que iniciativas semelhantes sejam ampliadas, de modo a potencializar a formação docente e contribuir para práticas educativas mais significativas, capazes de transformar os processos de ensino e aprendizagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental na prática.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

DE LIMA, S. F.; PIRES, C. M. C. O projeto Educação Matemática nos Anos Iniciais–EMAI na rede pública estadual de São Paulo: implementação, concepções, desafios e lições. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo, v. 2, n. 2, outubro de 2013.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

HOFFMANN, J. **Avaliação: mito e desafio: uma perspectiva construtivista**. 40. ed. Porto Alegre: Mediação, 2012.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições**. 22. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

ONUCHIC, L. de la R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V. (org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas. 1. ed. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218

PIRES, C. M. C. **Grupo de Pesquisa: Desenvolvimento Curricular e Formação de Professores em Matemática**. Texto base para a Organização do Projeto de Pesquisa sobre o Tema: Relações Entre Professores e Materiais Que Apresentam o Currículo de Matemática: Um Campo Emergencial. São Paulo, 2012. Disponível em: <http://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/epd/article/viewFile/502/427>. Acesso em: 20 maio 2024.

SIMON, M. A. Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 26, n. 2, p. 114-145, mar. 1995.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 17. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

SOBRE OS AUTORES

Ricardo Gavioli de Oliveira

Doutor e Mestre em Educação pela UFSCar. Possui Especialização em Coordenação Pedagógica e Graduação em Matemática pela mesma Universidade. MBA em Gestão de Projetos e MBA em Gestão Escolar pela USP. Especialização em Ensino de Matemática pelo IFMA. Graduação em Pedagogia pela UNINOVE. Atuou como Professor de Matemática e Física na rede pública estadual de ensino de São Paulo. Coordenador do Núcleo Pedagógico da Diretoria de Ensino - Região de São Carlos/SP; Coordenador de Escola na Secretaria de Estado da Educação de São Paulo. Diretor Educacional da Prefeitura Municipal de Araras/SP. Professor Associado do Instituto PECEGE/USP. Diretor do Curso de Pedagogia da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão; Professor do Instituto Federal do Maranhão (IFMA). Atualmente é Professor Adjunto da UEMASUL - Campus Açailândia/CCHSTL e membro do Núcleo de Estudos em Estado, Políticas Públicas Educacionais e Democracia (NEPED).



Ula Fabiana Miranda da Silva

Graduada em Pedagogia pela Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (UEMASUL). Foi bolsista, de 2022 a 2024, no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), voluntária no Programa de Extensão Universidade Aberta à Terceira Idade (UATI), na disciplina de Inclusão Digital. Bolsista no Programa Institucional de Bolsa de Extensão (PIBEXT), no projeto "Didática da Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental". Voluntária no Programa Institucional de Voluntários de Iniciação Científica (PIVIC), no projeto "Narrativas profissionais/normalistas: analisando as memórias docentes". Atualmente, professora efetiva no município de Palmas - TO.



Camila Perez da Silva

Doutora em Educação e Mestre em Sociologia pela UFSCar. Graduada em Ciências Sociais (Licenciatura e Bacharelado) pela UNESP. Graduada em Pedagogia pela UNINOVE. Graduada em Filosofia pela UNIMES. Possui MBA em Gestão Escolar pela USP e Pós-Doutorado em Educação sobre Gestão Educacional pela UFSCar. Gestora educacional nas prefeituras de São Carlos/SP e Araras/SP. Professora Associada do Instituto PECEGE/USP. Atualmente é Professora Adjunta III da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (UEMASUL), onde é membro do Grupo de Estudos em Práticas Educativas e Formação de Professores (GEPEFP) e do Núcleo de Estudos e Pesquisas em Estado, Políticas Públicas Educacionais e Democracia (NEPED). É coordenadora institucional do Programa Stricto Sensu - Mestrado em Processos e Tecnologias Educacionais em Rede Nacional (PROFEDUCATEC) e Coordenadora de Área do projeto de alfabetização do PIBID do curso de Pedagogia. Bolsista produtividade UEMASUL desde 2023.



Antônio Alves Ferreira

Doutor em Educação na Linha de Políticas Públicas Educacionais pela UFPA (2015). Mestre em Educação na Linha de Políticas Públicas Educacionais pela UFPA. Especialista em Administração e Supervisão Escolar pela Faculdade Integrada de Amparo. Graduado em Pedagogia pela Universidade Estadual do Maranhão - UEMA (2004) e Graduado em Matemática pelo Centro Federal de Educação Tecnológica do Maranhão - CEFET. É professor permanente do Mestrado em Educação do Programa de Pós-Graduação em Educação e Práticas Educativas - PPGEPE da UFMA. É professor permanente do Mestrado Profissional em Processos e Tecnologias em Educação - PROFEDUCATEC em rede nacional. É professor colaborador do Programa de Pós-Graduação em Educação - PPGE (UEMA). É professor Associado I da UEMASUL atuando na Graduação. É Coordenador da Coordenadoria de Projetos Pedagógicos - CPP/PROGESA/UEMASUL. Atua como Técnico em Assuntos Educacionais na UFMA. Pesquisador associado da ANPEd. Líder do Núcleo de Estudos em Estado, Políticas Públicas Educacionais e Democracia - NEPED e pesquisador vinculado ao Grupo de Estudos em Planejamento e Qualidade da Educação Básica (GPQe). Bolsista Produtividade PROPGE/UEMASUL.



Hugo Lima Araújo

Doutor em Educação, na Linha de Pesquisa em Políticas Públicas Educacionais, pela Universidade Federal do Pará - UFPA. Mestre em Educação, área de concentração em Formação Docente em Práticas Educativas, na Linha de Pesquisa Linguagens, Práticas Pedagógicas e Tecnologias na Educação, pela Universidade Federal do Maranhão - UFMA (2021). Especialista em Metodologia do Ensino Superior pela Universidade Estadual do Maranhão - UEMA (2010). Graduado em Pedagogia pela Faculdade de Educação Santa Terezinha (2007). É Professor Adjunto I da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão - UEMASUL, atuando na Graduação. É Coordenador da Coordenadoria de Avaliação Institucional - CAI/PROGESA/UEMASUL. Vice-líder do Núcleo de Estudos em Estado, Políticas Públicas Educacionais e Democracia (NEPED) e pesquisador vinculado ao Grupo de Estudos e Pesquisas em Estado e Práxis Educativa (GEPPEDUC). Bolsista Produtividade UEMASUL.



Geometria dinâmica: possibilidades que se abrem ao trabalho investigativo

José Milton Lopes Pinheiro

GEOMETRIA DINÂMICA: POSSIBILIDADES QUE SE ABREM AO TRABALHO INVESTIGATIVO

RESUMO

Neste estudo, compreendemos que o dinamismo do ambiente de Geometria Dinâmica também se deve à intencionalidade de um sujeito-movente que preenche, atualiza e faz realizar-se o dinamismo posto como possibilidade programada na interface dos *softwares*. Com isso, articulamos sobre as possibilidades investigativas que os *softwares* de Geometria Dinâmica oferecem, materializadas no encontro entre o *software* e o sujeito-movente que a ele se volta. O ato de investigar realizado por esse sujeito é o que atualiza a possibilidade de investigação que se mostra nesse encontro. Nessa perspectiva, as atividades que solicitam exploração/investigação em ambientes de GD, devem convidar os alunos a se voltarem ao *software*; eles devem ser chamados a explorar propriedades e teoremas, conjecturar, testar e discutir com colegas suas ideias, para que, no decorrer do processo de investigação, possam desenvolver e refinar tais ideias, de forma a torná-las mais coerentes e próximas da formalidade matemática.

Palavras-chave: Geometria Dinâmica; Atividades Investigativas, Educação Matemática.

DYNAMIC GEOMETRY: POSSIBILITIES THAT OPEN UP TO INVESTIGATIVE WORK

ABSTRACT

In this study, we understand that the dynamism of the Dynamic Geometry environment is also due to the intentionality of a moving-subject who fills, updates, and actualizes the dynamism set forth as a programmed possibility in the *software* interface. With this, we discuss the investigative possibilities that Dynamic Geometry *software* offers, materialized in the encounter between the *software* and the moving-subject who engages with it. The act of investigating carried out by this subject is what actualizes the possibility of investigation revealed in this encounter. From this perspective, activities that request exploration/investigation in DG environments should invite students to engage with the *software*; they should be encouraged to explore properties and theorems, conjecture, test, and discuss their ideas with peers so that, in the course of the investigation process, they can develop and refine these ideas, making them more coherent and closer to mathematical formality.

Keywords: Dynamic Geometry; Investigative Activities, Mathematics Education

1. INTRODUÇÃO

Pesquisas que focam a região de inquérito das tecnologias informáticas na Educação Matemática, dentre as quais a de Borba e Penteado (2010) e Madeiros e Gravina (2007) evidenciam que o conhecimento matemático constituído em ambientes informatizados é alvo de muitos estudos. Percebemos que muitas dessas pesquisas envolvendo Matemática e tecnologias informáticas como, por exemplo, a de Richit (2005) e Pinheiro (2013) têm abordado a Geometria. Entendemos que esse direcionamento tem ocorrido, em parte, pelo recente desenvolvimento de *softwares* voltados para seu ensino e aprendizagem, especialmente os que promovem o ambiente denominado Geometria Dinâmica (GD).

O ambiente de Geometria Dinâmica, especialmente o programado em *softwares* mais atuais como o Geogebra, apresenta novas possibilidades de visualização de objetos, tanto da Geometria Euclidiana quanto de outras geometrias como, por exemplo a Hiperbólica, a Analítica e a Projetiva. O que se mostra como novo no modo de ver esses objetos é a possibilidade de vê-los se configurando e desconfigurando em movimento na interface de um *software*. Tal movimento abarca também movimentos específicos como os decorrentes das isometrias, como rotação, translação e simetria.

Em nossos estudos e práticas com o ambiente de Geometria Dinâmica, fomos compreendendo que seu dinamismo também se deve à intencionalidade¹ de um

¹ Intencionalidade, modo de ser intencional, é característica da consciência na visão fenomenológica husserliana. Consciência é compreendida como movimento intencional, efetuado pelo corpo-encarnado, ao ir de modo atento em direção ao focado como figura destacada de fundo, numa totalidade em que sempre estamos com os outros (Bicudo, 2011, p. 31).

sujeito-movente² que preenche, atualiza e faz realizar-se o dinamismo posto como possibilidade programada na interface³ dos *softwares*.

Valemo-nos dessa compreensão como solo sobre o qual esse texto foi-se constituindo. Com ela pudemos discutir as possibilidades investigativas que os *softwares* de Geometria Dinâmica oferecem. Nesse contexto, as possibilidades se mostram no *encontro* entre o *software* e o sujeito-movente que a ele se volta. O ato de investigar realizado por esse sujeito é o que atualiza a possibilidade de investigação que se mostra nesse encontro.

Compreendendo a dinamicidade do *software* de GD como uma realização de um sujeito que se põe a mover-se, movendo, articulando também os modos pelos quais esse movimento se realiza nesse ambiente cibernético. Trazemos com maior profundidade o movimento como possibilidade enraizada na programação do *software* e o movimento como ato humano que se expande e avança à interface computacional, provocando mudanças, fazendo com que um dinamismo potencial se atualize como dinamismo realizado na materialização de uma intencionalidade de movimento.

A investigação é um movimento. Nela o aluno se move e o dinamismo dos *softwares* de GD, por ter como solo constituinte a possibilidade de movimento, é um importante meio no qual uma investigação possa ser realizada.

2 Sujeito que, ao colocar-se em movimento, provoca mudança nas coisas e em seu mundo circundante. É aquele que se move, movendo.

3 *Interface* designa, “ao pé da letra, algo que se coloca no encontro de duas faces, que se volta para ambos os lados que se encontram, caracterizam uma fronteira” (Figueiredo, 2014, p. 138). A interface do *software* de GD se “volta” para o lado de sua programação à medida que é capaz de gerar, sob alguns comandos/regras, figuras e possibilidade de movimento, e se “volta” para o lado do sujeito que realiza ações nela e se põe atento às implicações das mesmas. Assim, as interfaces agem como mediadoras que atuam entre dois polos: a programação do *software* e a pessoa que a ele se direciona.

A partir desse horizonte descrito, objetiva-se com esse artigo evidenciar o potencial da investigação como ação didática e epistemológica e o das tecnologias informáticas para o ensino e a aprendizagem de matemática. Novos pontos de vista, que criam ou aperfeiçoam elementos que permeiam a educação, são relevantes quando de alguma forma provocam questionamentos, fazendo com que metodologias e práticas sejam repensadas a favor do ensino e da aprendizagem.

2. AMBIENTES DE GEOMETRIA DINÂMICA: POSSIBILIDADES AO TRABALHO INVESTIGATIVO

No que concerne às tecnologias informáticas desenvolvidas para o ensino e a aprendizagem de matemática, destacam-se, nesse artigo, os *softwares* de Geometria Dinâmica, nos quais se vê abertura à investigação. Entendemos que explorar e/ou investigar implica ações como testar, observar, pensar e conjecturar, muito destacadas em trabalhos com Geometria Dinâmica.

Em seus estudos, Powell e Alqahtani (2015) evidenciam as possibilidades de realização de trabalhos investigativos em ambientes tecnológicos. Em especial, destacam essas possibilidades se materializando em interfaces de ambientes de GD que tem no dinamismo do *software* um solo para realizações investigativas. Entendemos que essas interfaces são convites abertos ao mover e ao mover-se; sua programação subentende o movimento, que por sua vez, potencializa uma investigação em movimento o qual pode trazer à luz o objeto investigado bem como suas qualidades.

Um *software* permite momentos em que um aprendiz foque seu objeto de estudo sem a intermediação

ou direção de um professor, aspectos didáticos que também caracterizam as práticas investigativas.

Cada movimento investigativo junto à interface do *software* de GD define novas experiências: de focar, de desfocar, de mover, de arrastar. Essas experiências evidenciam os modos pelos quais a investigação enlaça sentidos que se mostram ao estar com a interface, conduzindo à constituição de conhecimentos geométricos que se dá no encontro entre o sujeito que investiga e o que sua investigação alcança.

Entendemos que, dentre as possibilidades dos *softwares* de GD, a opção de mover (arrastar) é a que mais se expõe em momentos investigativos. Ela permite mobilidade aos alunos, permite-os transformar continuamente e em tempo real um objeto ou construção. “Sem dúvida, a principal característica de um *software* de GD é a possibilidade do arrastar. [...] essa característica permite que estudantes explorem situações problemas e façam conjecturas sobre o conteúdo que estão estudando” (Silva, Penteado, 2009, p. 1070).

O modo *arrastar* possibilita ao aluno estabelecer critérios de movimento, optando por mover em qualquer direção, com qualquer velocidade. Esses modos de mover se entrelaçam com os objetivos do aluno mediante uma tarefa. Pode-se, com esses movimentos, explorar o que está programado na interface do *software*. Quando nessa exploração algo se mostra relevante ao desenvolvimento da tarefa, o movimento assume papel de meio pelo qual pode-se verificar isso que se mostra. Trata-se de estabelecer movimentos focando o percebido na exploração inicial. Isso evidencia que, na ação de mover um objeto geométrico na interface do *software* de GD, o aluno coordena seu movimento com a tecnologia informática envolvida; pode-se realizar, por um lado, movimentos precisos, cautelosos,

que podem doar à percepção⁴ alguma informação. O movimento desarticulado, acelerado, também caracteriza uma coordenação motora peculiar que pode, em muitos casos, validar uma intuição e ir ao encontro de uma compreensão inicialmente desconhecida ou ainda não evidente.

O estar em movimento junto ao *software* não é apenas do domínio da percepção. Um movimento enseja nova situação espacial, e um pensamento se põe em situação, buscando compreender a ação realizada e suas consequências geométricas. Estando em grupo, um sujeito quer ser movente junto ao outro, e a troca de gestos, palavras e outras manifestações realiza um ato, já à espera de uma nova ação.

Quando a criação de critérios de movimento e realização de movimento são destinados aos alunos, percebe-se, conforme Pinto e Penteado (2009), que a dinamicidade do *software* favorece uma metodologia mais própria ao fazer do aluno, pois ele torna-se mais ativo na tomada de iniciativas e na exploração de situações problemas. Concordando com isso, Borba e Penteado (2010, p.64) afirmam que as atividades mediadas por *softwares* “ênfatizam um aspecto fundamental na proposta pedagógica da disciplina: a experimentação”. Nessa perspectiva, o aluno assume postura de investigador, ele realiza movimentos, percebe as implicações de seus atos e age ativamente na constituição de seu próprio conhecimento.

O dinamismo proporcionado pelo *software* durante uma investigação permite maior visualização, visto que, na comparação com as construções geométricas tradicionais,

4 Buscamos compreender a percepção em Merleau-Ponty (2016) e, com ele, pudemos entender a percepção como um ato, como uma realização que nos permite vivenciar sensivelmente o mundo e as coisas.

com régua e compasso, ele possibilita mais opções de movimento. Uma interface de GD fornece o desenho em movimento, deformando-se continuamente em todo o processo de arrastar realizado pelo aluno, “enquanto mantém as relações que foram especificadas como essenciais da construção original. Isso permite agilidade na investigação, pois figuras que demorariam muito tempo para serem construídas no papel são criadas em segundos na tela do computador” (Silva; Penteado, 2009, p. 1069).

Podemos citar alguns exemplos de situações em que o estudante potencializa didaticamente o *software*: na mesma tela que está aberta uma figura em situação, ele constrói outra similar, para testar a generalidade de alguma propriedade-movimento; ele mensura elementos lineares ou angulares e testa a validade de alguma propriedade conjecturada, por congruências ou pertinência a uma relação algébrica que conhece. Isso tudo se faz realizando movimento nessas figuras e atentando-se às configurações e desconfigurações que esse movimento provoca.

A desconfiguração de uma figura, quando nela realizados movimentos, é vista em muitas pesquisas, tais quais as de Madeiros e Gravina (2007) e Leal Junior e Pinheiro (2016), como um potencial pedagógico, pois possibilita o estudo a partir de suas características constituintes. Quando ela é construída no *software* para ser sempre ela mesma ou uma figura semelhante, no movimento, suas propriedades se preservam, podem ser percebidas, compreendidas e articuladas. Assim, pode emergir um novo modo de aprender e de ensinar geometria.

Inforsato *et al.* (2009) e Powell e Alqahtani (2015) ponderam sobre a GD, explicitando um discurso acerca da construção de figuras geométricas em harmonia com as propriedades pelas quais são construídas, indo ao encontro dos discursos presentes em uma diversidade de artigos sobre o tema. Afirmam que o dinamismo que

se abre junto às possibilidades dinâmicas dos *softwares* de GD possibilita mover figuras e objetos pertencentes às mesmas (pontos, segmentos, retas, etc.), de forma que uma multiplicidade de construções semelhantes seja visualizada. Semelhança que é possível detectar justamente pelas propriedades preestabelecidas no ato de construir a figura que, segundo Souza e Gravina (2009), permite associar a um objeto ou propriedade uma coleção de *desenhos em movimento*.

Em muitos desses estudos apontados por Inforsato *et al.* (2009) e Powell e Alqahtani (2015), os pesquisadores apresentam a seus sujeitos de pesquisa atividades focando invariantes geométricos. Tais atividades propõem aos alunos que realizem movimentos junto a uma figura e atentem ao que não varia nela. Nesse contexto, a ideia de movimento é inseparável da ideia de invariantes isométricos; o que não varia só se mostra quando o desenho está em um movimento que intencionamos realizar. A variação do objeto nos mostra seus invariantes.

Atividades como as trabalhadas na pesquisa de Pinheiro (2013), além de evidenciar essa possibilidade de mover e atentar-se aos invariantes que se mostram nesse movimento, mostram, também, a possibilidade de ocultar objetos e/ou propriedades previamente construídas em ambientes de GD. Nessa perspectiva, tem-se disponível na interface do *software* uma construção geométrica, porém com propriedades e/ou objetos ocultos. O aluno é convidado a realizar movimentos nessa construção, podendo, com isso, perceber padrões e invariantes que dizem do que foi ocultado. O objetivo de atividades como essas é promover uma aprendizagem por descoberta. O autor enfatiza a relevância do aprendizado pela percepção do que não é dado *a priori*, mas é descoberto pelos alunos no ato de mover e pensar sobre as implicações do

movimento. Com isso, uma propriedade ou definição pode ir constituindo-se à medida que o aluno vai movendo-percebendo-compreendendo.

Essas atividades presentes em Pinheiro (2013) são conhecidas como *atividades de exploração*, nas quais uma construção já é dada na interface, cabendo aos alunos explorá-la realizando movimentos. Outro tipo de atividade possível em ambientes de GD é trazido por Gravina (1996): a chamada *atividade de expressão*, a qual solicita do aluno uma construção. Esse tem a autonomia de construir mediante um enunciado que lhe é dado.

Pode-se também trabalhar em uma mesma atividade os dois aspectos: a “expressão” (construção do aluno) e a exploração. Um enunciado pode solicitar que o aluno realize uma construção e, em seguida, a manipule para que possa compreender a figura e suas propriedades previamente construídas. Ao construir, o aluno fixa as propriedades e, ao mover a figura, ele pode compreendê-las como invariantes, que são fundamentais para constituição da figura. Com isso o aluno pode perceber a importância da construção realizada seguindo rigorosamente cada propriedade da figura.

Pinheiro (2013) assim como Powell e Alqahtani (2015) realizaram suas pesquisas propondo que grupos de alunos desenvolvessem atividades em ambientes de GD. Esses autores entendem que o trabalho investigativo se potencializa quando dois ou mais sujeitos se colocam em um mesmo processo de investigar. A investigação dá abertura ao diálogo, visto que nela é sempre preciso atentar a outros pensamentos e percepções. Quando essa investigação é promovida em ambientes de GD, o diálogo também se expõe e é a interface do *software* que “entrega” sucessivos convites para que ele se mantenha.

Tais convites inicialmente são evidenciados pelos

ícones dispostos na interface do *software*. O ícone que ilustra retas paralelas é um convite a traçar retas paralelas, o mesmo pode ser dito sobre o ícone que ilustra retas perpendiculares. Quando um grupo de alunos se volta a esses ícones para trabalhar um mesmo objetivo mediante uma tarefa, às possibilidades de escolher e clicar passam a ser discutidas. Se o trabalho é realizado em um mesmo computador, o controle do *mouse* e do teclado pode ser negociado. O percebido por um aluno, quando realizado um movimento, uma vez compartilhado, passa a ser uma possibilidade de percepção de todos.

Assim, um ambiente investigativo-colaborativo vai-se constituindo. Na presença do outro compartilhando uma mesma interface computacional, uma compreensão geométrica é correlata de um trabalho conjunto que emerge na comunicação, no concordar ou não concordar, no movimento realizado para/com o outro. A verificação de uma conjectura individual é realizada após o convite para que o outro veja, para que ele assuma o movimento, para que juntos digam se há coerência ou não.

Tradicionalmente, o texto científico é diluído em significações linguísticas dos alunos, isto é, os alunos o traduzem para sua melhor compreensão; no coelaborado, significações deles são construções geométricas e podem ser formalizadas num caminho de certo modo inverso.

A interface mostra-se como convite especialmente por seu aspecto visual. Nossa cultura estética e de lazer há muito tem a tela como fonte de novidades, verdades, beleza e comunicação de ideias, coisa que o cinema herdou da pintura e perpassou para outras mídias - e nos habituamos a pensar com ela. O movimento é uma realização que se abre em possibilidade quando se vê o que a interface oferta visualmente. Além dos ícones, ela pode ofertar figuras construídas, que podem ser vistas em

movimento. A animação da figura é visual; ela se mostra de modo perspectivo, cores distintas podem distingui-la de outras figuras, o rastro de seu movimento pode ser visto, suas características fundamentais podem se mostrar, etc.

O “desenho em movimento” mostra-se também como meio de comunicação entre membros de um grupo. Percebemos na pesquisa de Silva (2012) que um de seus sujeitos tentava expressar oralmente suas percepções em uma tarefa realizada em *software* de GD, no entanto ele não era compreendido. Mas, quando ele, ao falar, também mostrava na interface, através do movimento da figura, o que queria dizer, os outros alunos o entendiam. Muitas vezes o movimento do cursor do mouse e até mesmo das mãos sobre a tela amplia a expressividade de um e contribui para o avanço de compreensão de todos de um grupo.

Entendemos uma ocorrência de expressividade circunstancial máxima, pois os sentidos e significados expressos oralmente pelo sujeito da pesquisa ao relatar, eram complementados por movimentos junto ao mouse, movimentos que faziam emergir na interface do *software* expressões gráficas intencionadas por esse sujeito. Essa expressividade expõe que estamos diante de um ambiente didático pleno, o que também leva a novos caminhos pedagógicos.

A visualização possibilita também o ato investigativo de pensar o movimento. Ao estudar os textos aqui citados que versam sobre GD e ao retomar reflexivamente nossas experiências em laboratório com nossos alunos, realizando o trabalho com Geometria Dinâmica, demos conta de que os atos iniciais deles diante de uma atividade consistem de imediato em realizar movimentos com o mouse e atentar para as implicações dos mesmos na interface do *software*. Percebemos que são poucos os alunos que inicialmente pensam em um movimento antes de realizá-lo. Entendemos que o pensar se realiza junto ao

movimento, um anima o outro. No entanto, pode haver intervalos entre movimento realizado e pensamento sobre o movimento realizado. O movimento realizado, por ser também movimento visualizado, abre sempre uma gama de possibilidades de movimento e de pensamento de movimento. Nessa perspectiva, pensar o movimento já é estar realizando-o, já é estar imerso nele. No pensamento posso realizar um movimento e vivenciar toda sua duração, antes mesmo de efetivá-lo sinestésico-tátil-visualmente.

Compreendendo a investigação também como uma realização possível a nossos alunos e a informática como um campo em que essa realização se expõe, é preciso, segundo Skovsmose (2008), propor um movimento reflexivo que faça da sala de aula de matemática um *cenário de investigação* no qual a Matemática seja objeto de investigação. Entendemos que nesse *cenário* a Matemática não é dada em suas determinações, ela é intencionada pelos alunos como solo de constituição de conhecimentos investigados e descobertos. Ao investigar, o aluno se engaja ativamente em seu próprio processo de aprendizagem, pois ele sabe que aprender matemática é um ato que cabe a ele realizar, criando caminhos que fazem sentido à investigação.

3. O MOVIMENTO REALIZADO POR UM SUJEITO-MOVENTE: O ATO INVESTIGATIVO QUE CONSTITUI A GEOMETRIA DINÂMICA

Movimento e visualização são termos amplamente presentes em textos que versam sobre a Geometria Dinâmica. Richit (2015), por exemplo, descreve Geometria Dinâmica ambientada no computador ou equipamento similar com sua potencialidade, como aquela que permite construir, explorar e conhecer propriedades de uma figura geométrica disponíveis na interface de um *software*,

por meio da visualização do movimento de objetos pertencentes à figura e do estudo das implicações gráficas e/ou algébricas desse movimento.

Ela é assim chamada pelas possibilidades dinâmicas de um *software*, como: arrastar, mover, transladar, etc. (Silva, Penteado, 2009)

Em leituras sobre GD, percebe-se, como no parágrafo acima, que o sujeito que realiza o movimento ou não está presente, ou está em segundo plano. Richit diz da *visualização do movimento de objetos pertencentes à figura*, e os autores que o sucedem dizem das *possibilidades dinâmicas de um software*. Entende-se, já em Husserl, que o movimento deve sua realização ao ser-movente. Assim, os objetos não se movem na interface do *software*, eles são movidos pelo sujeito-movente que está em situação de mover-se, movendo, ou movem-se para um sujeito, conforme o que é solicitado em uma tarefa.

É a extensão desse movimento realizado que avança à interface e nela é expressa. Entende-se, ainda em Husserl, que nossa vivência com o mundo-vida⁵ e com o que nele nos é disponível se dá em uma dialética em que as coisas se doam à nossa percepção, e nós nos doamos no ato da percepção. Nessa dialética, as possibilidades, tais quais as que se mostram nos atos de perceber, de compreender, de imaginar, de mover, de arrastar, são aberturas dadas ao sujeito que realiza esses atos. Se é possível, é possível a alguém. Assim, entende-se que as

5 Lugar de nossas vivências, lugar onde “somos com os outros”, cujo significado é o de nunca sermos indivíduos separados do mundo e, portanto, dos outros (sujeitos individuais, coletivos, instrumentos, ciberespaço, etc.) Nele, “somos sempre com”, isto é, tornamo-nos, vimos a ser, estando com, agindo sobre e abraçando o que nos chega pela percepção, construindo-nos com a matéria/forma que nos expõe e que, alimentada pelos nossos atos intencionais, conforma-nos em um movimento estruturante, marcando nossos estilos, configurando os nossos modos de ser, por sermos (o mundo e nós mesmos) aquela matéria-forma do que está no horizonte de nossa compreensão. (Bicudo, 2010, p. 131)

possibilidades de movimento estão dadas no mundo-vida em que também estão os *softwares* de GD e a tecnologia. Entretanto, a atualização da possibilidade de movimento é do sujeito-movente que se volta à interface e põe-se em ação, investigando, provocando movimento, provocando mudança e percebendo mudança.

O mundo cibernético em que se constitui a GD compreende uma espacialidade na qual o sujeito-movente especializa, ocupa esse espaço realizando movimentos de preenchimento de sentidos e atribuição de significados ao voltar-se à interface do *software*. Esses sentidos enlaçam a intencionalidade do programador a qual se expande na presença do sujeito-movente que a percebe em várias faces mediante uma investigação a ser realizada. Nessa investigação o movimento é um modo pelo qual o sujeito põe-se a investigar, o movimento é um ato investigativo e, com ele, pode-se compreender melhor o que se mostra na interface do *software*, o que está evidente e o que se mostra aos poucos, em cada movimento realizado.

Compreendendo que para Husserl a Geometria se constitui no solo das realizações humanas no mundo-vida, entendemos que a GD, nesse solo, também se constitui, uma vez que as tecnologias informáticas se presentificam nos mais corriqueiros de nossos atos e também nos mais complexos. Estar em ação com *softwares* de GD, ser movente também traz o sentido humano da vontade de estar com o que o circunvizinha, de ocupar-se com aquilo que no mundo a ele se disponibiliza. Essa ocupação acaba trazendo ao ser-movente significação das coisas e dos outros, e esses se articulam como sementes de compreensões que, nos atos intencionais da consciência, vão se articulando como conhecimento.

Junto à ação do sujeito-movente que está com a GD, um fundo sinestésico vai se constituindo e constituindo a interface do *software*; novos preenchimentos se

mostram e o sujeito que move, movendo-se, percebe-se nesse ato, percebe o movimento e o que o mesmo lhe traz à percepção: conhecimentos já explicitados e culturalmente materializados, configurações, variantes, invariantes ou, simplesmente, a expressão do movimento realizado. A comunicação entre pessoas se estabelece, pois intencionalidades se *interfaceiam* com o *software*; nunca é apenas o reconhecimento de recursos técnicos por um usuário.

O *desenho em movimento* que se materializa na interface sustentada pelo programa do *software* de GD pode ser visto como manifestação da intencionalidade humana de se movimentar, movimentando. Segundo Husserl (2006), se essa intencionalidade direcionada estiver para a espacialidade dos objetos que aparecem bem como para suas qualidades, então a variação eidética⁶ pode separar o essencial do não essencial, constituindo uma forma ideal, como uma constante, um invariável, que se mantém após a abstração de todos os predicados possíveis. Com isso, Husserl nos mostra um solo sobre o qual podemos discutir a intencionalidade de estar com a GD, com objetos geométricos, investigando-os, buscando compreendê-los na sinestesia⁷ que sustenta o movimento, a mudança e a percepção de invariantes na variação.

Com esse solo, articulam-se aqui compreensões sobre os invariantes que se presentificam no movimento

6 Husserl chamou de variação eidética o processo pelo qual se constitui o que é “essencial” na coisa intencionada: “consiste em imaginar, a propósito de um objeto tomado por um modelo, todas as variações que ele é sucessível de sofrer: revela-se, então, que a liberdade não poderia ser absoluta, que há condições sem as quais as variantes não seriam mais variantes desse modelo, exemplos da mesma espécie” (Dartigues, 2008, p. 33). Na variação eidética busca-se o que se mostra invariante na variação. Esse invariante constitui o que é essencial para que uma coisa seja o que ela é, algo sem o qual ela não pode ser pensada.

7 A Sinestesia contempla todo o “eu movo”, o “eu faço”, que estão interligados na unidade universal, onde a paralisação sinestésica é um modo do “eu faço”. Diz do movimento; não se trata da Cinestesia, que diz de um corpo somático que contempla os “órgãos da percepção” [...] (olhos, mãos, ouvido, etc.) (Husserl, 2012, p. 85-86).

investigativo do sujeito-movente com o *software*, que “fornece a impressão de que o desenho está sendo deformado continuamente em todo processo de arrastar, enquanto mantém as relações que foram especificadas como essenciais da construção original” (Silva; Penteado, 2009, p. 1069). Voltar-se intencionalmente à interface do *software* e aos objetos geométricos que nela podem ser movidos faz com que possa se manifestar também o que não varia nesses objetos. A percepção dos invariantes não se daria se o sujeito-movente que arrasta o *mouse* também não intencionasse a ação realizada em um movimento constante que, a cada momento, o lança em novas possibilidades de movimento.

As possibilidades que se abrem ao sujeito quando se movimenta com o *software* de GD viabilizam a compreensão de seu próprio movimento e dos modos pelos quais ele avança na interface do *software*. Essa compreensão se dá quando refletimos sobre os atos de realizar o movimento e/ou de *imaginar o movimento*. Husserl (2006, p. 153), ao referir-se ao geômetra, diz que na imaginação “ele tem a liberdade inigualável de reconfigurar como quiser as figuras fictícias, de percorrer as formas possíveis em contínua modificação e, portanto, de gerar um sem número de novas construções; uma liberdade que lhe franqueia acesso às imensidões das possibilidades eidéticas”.

No ato de imaginar o movimento de arrastar um objeto disponível na interface do *software*, não é necessário buscar sua objetivação com auxílio do *mouse*, mas apenas vislumbrar esse movimento e, posteriormente, levantar e testar conjecturas junto ao *software*, tendo como pano de fundo o que se deu na imaginação. A GD contribui para as experiências da imaginação. A realização do imaginado como sendo a efetivação de uma possível

tarefa ou problema ou uma resposta a uma solicitação viabiliza a validação ou invalidação de possibilidades visualizadas na imaginação.

Mais que ser uma capacidade de criar imagens, a imaginação é um dos modos de o homem ocupar o tempo em sua extensão de presente-futuro, lançando-se, projetando-se nos horizontes de possibilidades, como os da geometria, nesse caso.

Husserl (2006, p. 153) compreende que os desenhos seguem construções realizadas pela imaginação e pelo pensamento eidético puro efetuado com base nela. Além disso, os desenhos assumem um papel constante de fixar etapas de um processo de construção e, “assim, torná-lo mais facilmente de novo presente. Também ali, onde se reflete a respeito da figura, os novos processos de pensamento que se acrescentam são, em base sensível, processos imaginativos, cujos resultados fixam as novas linhas da figura”.

Podemos, em um ambiente de GD, fazer conjecturas sobre possíveis movimentos, pois, em algum momento em que estivemos sensivelmente com o *software*, vivenciamos esse movimento, realizando-o e vendo-o acontecer. Movemos, damos-nos conta de que movemos e podemos imaginar o movimento.

Ao realizar o ato investigativo de movimentar diversas vezes e de forma constante uma figura geométrica construída e disponível na interface do *software* GD, propriedades a priori não vistas podem se mostrar, aos poucos ou de uma só vez. A percepção do que se mostra se dá no ato perceptivo de ir à GD sensivelmente, realizando movimentos. É a atenção que nos permite destacar de um emaranhado de informações, inclusive as recorrentes dos movimentos, aquilo que se mostra significativo, podendo ser propriedades e/ou relações possíveis.

Por exemplo, quando movo o vértice de um quadrado construído no *software* de GD para ser sempre a entidade quadrado, percebo que as medidas de seus lados se preservam sempre iguais umas com as outras, assim como seus ângulos internos se mantêm 90° . Com isso, estar atento ao movimento e às configurações que o mesmo vai constituindo posso perceber que o quadrilátero, *a priori* intuído, mas não confirmado, trata-se de um quadrado que junto ao movimento foi-se mostrando quadrado. A confirmação se dá quando enlaçamos as composições da figura em movimento e a expressão de uma infinidade de figuras semelhantes, que carregam as características de um quadrado.

Entendemos que esse modo de constituição de conhecimento que abarca o *ver* o quadrado em movimento, é *um modo* de buscar suas características constituintes, sua estrutura sem a qual ele não seria o que ele é.

Nessa perspectiva, entendemos que a GD é abertura para um modo com o qual se pode compreender a estrutura de objetos matemáticos, dentre os quais, as figuras geométricas. Retomando o exemplo do quadrado, podemos perguntar: qual o estruturante do quadrado? Sabemos que é o que o constitui quadrado, sua razão de ser quadrado, suas características que se mostram sempre, que se preservam mesmo havendo variações no modo de experienciá-lo ou em se experienciando uma diversidade de quadrados. O ambiente de GD é propício para essa compreensão, seja com movimentos constituídos *a priori* na imaginação, seja com aqueles simplesmente realizados. Assim, é provocada ampliação ou redução na medida dos lados do quadrado ali dado, constituindo uma variedade de outros quadrados. Esse ato, com solo no questionamento sobre o estruturante do quadrado, traz à percepção do sujeito-movente os invariantes que se

mostram no/com movimento – quatro lados, sendo eles iguais entre si e quatro ângulos internos de amplitude 90°. Tais invariantes são essenciais para compreensão do fenômeno investigado (o quadrado). Quando nos pomos a refletir sobre os invariantes percebidos, podemos dizer o que é quadrado, a nosso modo e assim como concebido pela ciência Matemática.

Em GD, os invariantes se doam junto às experiências táteis-visuais-sinestésicas, postas desta maneira por entendermos que, ao agir, o sujeito-movente realiza essas experiências como uma globalidade, da qual elas são inseparáveis. A experiência tátil, por exemplo, possibilita arrastar; a visual possibilita a visualização do objeto se modificando; a sinestésica, o mover o objeto e o mover-se. Aqui elas são destacadas para dizer de cada uma, mas sabe-se em Husserl (2006) que nosso corpo-vivente carrega consigo as lembranças de vivências prévias que, juntamente com as atuais, traçam caminhos para a ação. No ato, essas experiências se entrelaçam perfazendo uma “experiência integral”.

É na variação do objeto que seu estruturante se mostra. Ao vê-lo, e vê-lo em diferentes modos pela percepção, pela intuição, pela imaginação, posso ver muitas coisas e posso ver muitas vezes *as mesmas coisas*, e outras pessoas podem ver essas *mesmas coisas*. O núcleo invariante, isto é, o que se preserva na coisa pensada, mesmo após submetida a todas as variações que realizo em minha imaginação, é o que designa antes de mais nada “aquilo que se encontra no ser próprio de um indivíduo como *o que ele é*” (Husserl, 2006, p. 35).

O mundo tecnológico do qual se destacam os ambientes de GD, também é disponível para nós como *mundo de vivências*, que nos convida a habitar o que se mostra na tela informacional, sendo isso que se mostra e a própria tela transcendentais, horizontes de possibilidades

aos quais visamos. Esse mundo não se mostra disponível para mim como um mero *mundo das coisas*, mas “como mundo de valores, como *mundo de bens*, como *mundo prático*. Descubro, sem maiores dificuldades, que as coisas à minha frente estão dotadas tanto de propriedades materiais como de caracteres de valor” (Husserl, 2006, p. 75).

O espaço que se abre em *softwares* de GD cria esse mundo de valores, de bens e é um convite a investigações, a realizações perceptivas e reflexivas. Habitar esse mundo aprendendo a lidar com uma geometria que subentende o movimento, revela a ocupação dessas possibilidades em compreensões que podem se mostrar na constituição do conhecimento fruto da vivência com o *software*.

Entendemos que esse espaço cibernético e tudo que o constitui pode ser um “*horizonte de realidade indeterminada*, de que se tem obscuramente consciência. Com resultados variáveis, posso lançar sobre ele, o olhar clarificador da atenção. Presentificações determinadas, primeiro obscuras, mas que vão se verificando, fazendo com que algo surja para mim” (Husserl, 2006, p. 74).

4. APRESENTANDO COMPREENSÕES

Nesse artigo, evidenciamos, como principal possibilidade disponível no *software* e aberta aos sujeitos-moventes que a ele se voltam, o arrastar. Entendemos que essa possibilidade, ao passo que traz muitas contribuições ao ensino e à aprendizagem de conceitos geométricos, pode também, num sentido político epistemológico do desenvolvimento educacional, corroborar para a marginalização das práticas de demonstração. Se em sala de aula o professor aceitar do aluno o movimento e o que se vê nesse movimento como sendo uma resposta

aos problemas matemáticos, estará sendo valorizada a prática empírica junto ao raciocínio lógico, especialmente ao dedutivo.

O que propomos nesse estudo é que o movimento e a percepção das implicações do movimento tenham valorização epistemológica, ganhando estatuto para colaborar para demonstrações matemáticas. Pode-se incentivar os alunos a argumentarem e explicitarem matematicamente o percebido junto ao movimento. Entendemos que suas conjecturas podem ser verificadas no/com o movimento e também por demonstrações.

A possibilidade de arrastar, de mover é o que entendemos fazer, mais determinantemente, com que a geometria do *software* possa ser chamada de Geometria Dinâmica. É no encontro entre a solicitação do movimento e a realização do movimento que a Geometria Dinâmica mais acontece, e é na intencionalidade de atentar-se ao que essa realização mostra na interface do *software* que ela pode ser estudada e compreendida. Essas operações respondem a solicitações de outros sujeitos que estão presentes, podendo ser: do programador que disponibiliza na interface ícones que convidam à atualização de movimentos possíveis; de sujeitos outros que estão imbricados em uma mesma investigação; do sujeito que elaborou e disponibilizou a tarefa.

O ato de mover entende-se aqui como um ato perceptivo que provoca novas configurações no sujeito-movente e no objeto movido. Esse ato mostra-se presente na realização das atividades e avança sempre enlaçando algo, sempre trazendo à consciência o percebido. Ao explorar sensivelmente as possibilidades de movimento abertas pelo *software* de GD, os sujeitos podem perceber propriedades *a priori* escondidas, que vêm à luz quando incididas sobre os objetos postos na interface do *software* em movimentos diversos.

Ao ver objetos *a priori* estáticos postos na interface do *software*, cabe ao sujeito-movente apresentar a esses objetos o dinamismo, realizando movimentos e já intuindo a possível relevância desses para o desenvolvimento da tarefa solicitada, já que tais movimentos podem se caracterizar como um modo de explorar o que se tem, para perceber algo *a priori* não visto.

Nessa perspectiva, as atividades que solicitam exploração/investigação em ambientes de GD, devem convidar os alunos a se voltarem ao *software*; eles devem ser chamados a explorar propriedades e teoremas, conjecturar, testar e discutir com colegas suas ideias, para que, no decorrer do processo de investigação, possam desenvolver e refinar tais ideias, de forma a torná-las mais coerentes e próximas da formalidade matemática. Para refinamento das ideias matemáticas, as figuras e o modo como são construídas no *software* são essenciais, o que é expresso por Silva e Penteado (2009). Os autores apontam as figuras como sendo agentes do processo no qual se investiga, visto que o envolver-se reflexivamente com as mesmas, pode agregar significado ao objeto investigado.

O trabalho investigativo em *software* de GD traz duas dificuldades iniciais: o investigar e o trabalhar com *softwares*. A pouca familiarização com ambientes investigativos limita os alunos no que diz respeito às tomadas de decisões. A pouca familiarização com *softwares* matemáticos também dificulta o trabalho. A falta de instrução faz com que os alunos esbarrem no que/ como fazer.

Saber que existem barreiras, e quais são elas, é um importante passo para se pensar em como ensinar e como aprender. Esse conhecimento é de suma importância para o professor que está com seus alunos vivenciando a situação investigativa com o *software*. Ele deve mostrar-

se presente na investigação dos alunos, ajudando-os a se desprenderem das dificuldades aqui mencionadas. No entanto, essa presença não deve ser direcionadora dos atos investigativos, visto que a investigação já solicita uma postura que deve ser própria dos alunos; eles devem buscar, avançar, questionar e articular suas compreensões individualmente e coletivamente. Cabe ao professor voltar-se à totalidade do processo investigativo dos alunos e, juntamente com eles, analisar, pensar e repensar cada passo realizado, bem como o que emergiu de conhecimento na duração dessa investigação.

Um conhecimento geométrico assim constituído – entendemos - faz retornar a geometria, de seu estatuto como ciência já dada, ao momento do *poiético*, no qual ela renasce em cada significação atribuída no ato investigativo.

REFERÊNCIAS

ALVES, G. S.; SOARES, A. B. Geometria Dinâmica: um estudo de seus recursos, potencialidades e limitações através do *software* Tabulae. In: WORKSHOP DE INFORMÁTICA NA ESCOLA NA ESCOLA, 9., CONGRESSO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE COMPUTAÇÃO, 23., 2003, Campinas. **Anais...** Campinas: CSBC, 2003. p. 275-286.

BICUDO, M. A. V. A. A pesquisa qualitativa olhada para além de seus procedimentos. In: BICUDO, M. A. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011.

BICUDO, M. A. Realidade Virtual: uma abordagem filosófica. **Ci. Huma. e Soc. Em Ver. Seropédica**, v.32, n. 1, p. 121-134, jan/jun 2010.

BORBA, M.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte. Autêntica Editora, 2010. 104p.

DARTIGUES, A. **O que é a Fenomenologia?** Trad. Maria José J. G. de Almeida. São Paulo: Centauro, 10. ed., 2008.

FIGUEIREDO O. A. A questão do sentido em computação. In: BICUDO, M. A.V. (Org.). **Ciberespaço: possibilidades que se abrem ao mundo da educação.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014, p. 313-342.

GRAVINA, M.A. Geometria Dinâmica: uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria”. In: VII SBIE – SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 7., Belo Horizonte. 1996. **Anais...** Belo Horizonte: SBIE, 1996. p. 1-13.

HUSSERL, E. **A Crise das Ciências Europeias e a Fenomenologia Transcendental:** uma introdução à filosofia fenomenológica. Trad. Diogo Falcao Ferrer. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2012, p. 17 – 36.

HUSSERL, E. **Ideias para uma Fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica:** introdução geral à fenomenologia pura/Edmund Husserl. 5. ed. Trad. Marcio Suzuki. Ideias & Letras: Aparecida, 2006.

INFORSATO, A. P.; PENTEADO, M. G.; GERALDO, W. B.; PINTO, R. M. **Atividades investigativas com software de geometria dinâmica.** Rio Claro, 2009. Disponível em: http://prope.unesp.br/xxi_cic/27_36944898861.pdf. Acesso em: 19 mar. 2015.

LEAL JUNIOR, L. C; PINHEIRO, J. M. L. Modos de compreender a Soma de Riemann e suas aplicações ao estar com um ambiente informatizado de aprendizagem. **UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, Guadalajara, v. 2, n. 47, p. 23 - 43, setembro. 2016.

MADEIROS, F. M.; GRAVINA, M. A. Geometria Dinâmica no ensino de Transformações no Plano. **Professor de Matemática Online**, Rio de Janeiro, v. 3, n. 1, p. 1-20, jan. 2007.

MERLEAU-PONTY. **Fenomenologia da Percepção.** 1. Ed. São Paulo: Martins Fonte, 2011.

PINHEIRO, J. M. L. **A Aprendizagem Significativa em ambientes colaborativo-investigativos de aprendizagem**: um estudo de conceitos de Geometria Analítica Plana. 2013. 202p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

PINTO, R. M.; PENTEADO, M. G. Geometria Dinâmica para sala de aula. In: CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UNESP, 21., 2009, São José do Rio Preto. **Anais...** São José do Rio Preto: UNESP, 2009. p. 9375-9378.

POWELL, A. B.; ALQAHTANI M. M. Tasks and meta-tasks to promote productive mathematical discourse in collaborative digital environments. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON EDUCATION IN MATHEMATICS, SCIENCE & TECHNOLOGY., 2015, Antalya. **Anais...** Antalya: ICEMST: 2015. p. 84 – 94.

RICHIT, A. **Projetos em Geometria Analítica usando o software de Geometria Dinâmica**: repensando a formação inicial docente em matemática. 2005. 169f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociência e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.

SILVA, G. H. G. Futuros professores de matemática e o trabalho em um ambiente de Geometria Dinâmica. **Caderno pedagógico**, Lajeado, v. 9, n. 1, p. 119-136, abr. 2012.

SILVA, G. H. G.; PENTEADO, M. G. O trabalho com geometria dinâmica em uma perspectiva investigativa. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 1., 2009, Curitiba. **Anais...** Curitiba: UTFPR, 2009. p. 1066-1079.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. 1. ed. Campinas, SP: Papirus, 2008.

SOUZA, C. E.; GRAVINA, M. A. Geometria com animações interativas. **Novas Tecnologias da Educação**, Porto Alegre, v. 07, n. 01, p. 1 - 9, jul. 2009.

SOBRE O AUTOR



José Milton Lopes Pinheiro

Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), campus Rio Claro/SP (2018). Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF (2013). Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado de Minas Gerais - UEMG (2011). Professor Adjunto na Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (UEMASUL). Líder do Grupo de Estudos em Matemática Pura, Aplicada e Ensino - GEMPAE. Bolsista de Produtividade UEMASUL (2023-2024). Pró-reitor de Extensão e Assistência Estudantil da UEMASUL.



As tecnologias digitais no ensino e aprendizagem de cálculo

Giovana Alves

AS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE CÁLCULO

RESUMO

Nesta pesquisa, realiza-se uma revisão sistemática da literatura, visando compreender como com as tecnologias digitais se enfrenta problemáticas do ensino e da aprendizagem de Cálculo. Para tanto, foram estudados textos de revistas da área da Educação Matemática, publicados nos últimos dez anos (2016-2025). Foram destacadas convergências que constituíram núcleos de compreensão: a potencialidade da visualização permitida por softwares na formação de conjecturas e na constituição do conhecimento em Cálculo; a modelagem Matemática e a resolução de problemas trabalhados com softwares como auxílio ao ensino e à aprendizagem de Cálculo; o trabalho de professores com tecnologias digitais no ensino de Cálculo. Constata-se que o trabalho com Tecnologias Digitais no ensino e na aprendizagem de Cálculo justifica-se especialmente pela potencialidade da visualização e de movimento permitida pelos softwares, bem como às ações que efetivam esta potencialidade, apresentando gráficos e figuras em movimento, juntamente como as representações algébricas e operacionais que os constituem.

Palavras-chave: Ensino de Cálculo; Tecnologias Digitais; Educação Matemática.

DIGITAL TECHNOLOGIES IN THE TEACHING AND LEARNING OF CALCULUS

ABSTRACT

This research presents a systematic literature review aimed at understanding how digital technologies address problems in the teaching and learning of Calculus. To this end, texts from journals in the field of Mathematics Education, published in the last ten years (2016-2025), were studied. Convergences that constituted core areas of understanding were highlighted: the potential of visualization allowed by software in the formation of conjectures and the construction of knowledge in Calculus; mathematical modeling and problem-solving using software as an aid to the teaching and learning of Calculus; and the work of teachers with digital technologies in Calculus education. It is found that working with digital technologies in the teaching and learning of Calculus is justified especially by the potential for visualization and movement allowed by software, as well as the actions that realize this potential, presenting graphs and figures in motion, along with the algebraic and operational representations that constitute them.

Keywords: Teaching of Calculus; Digital Technologies; Mathematics Education.

1. INTRODUÇÃO

A Matemática é considerada como ciência de entes abstratos, cujo acesso ou aproximação com a realidade sensível se realiza por abstração de relações universais, tal como proposto por Aristóteles, fazendo presente uma definição ou ideia junto a um objeto que a representa. Uma das consequências desse caráter abstrato, nas escolas, é a compreensão por parte dos alunos de que a Matemática é a disciplina mais difícil (Oliveira, 2009). A partir disso, mostra-se relevante trazer novos métodos de ensino e, não obstante, novas maneiras de lidar com as dificuldades que envolvem a Matemática.

Em nível universitário, um tema transversal em cursos de Ciências Exatas é o Cálculo e, portanto, é disciplina base para desenvolvimento e aprendizagem dos conteúdos trabalhados em outras. Segundo Amadei (2005, p. 280) “O índice de reprovação nas disciplinas de Cálculo em duas das maiores universidades brasileiras, USP e UFF é de 50%”, uma porcentagem que precisa ser observada, pois se repete em muitas outras universidades (Amadei, 2005). Desse percentual, dentre as interpretações possíveis, pode-se pensar na dificuldade dos alunos com a disciplina, que pode ser explicada por vários fatores que se entrelaçam, como a não familiaridade com o rigor da linguagem formal da Matemática universitária, a marginalização dos exemplos visuais, a defasagem dos alunos no que diz respeito à aprendizagem de Matemática, dentre outros (Amadei, 2005).

Em janeiro de 1986, na conferência de Tulane, realizada nos Estados Unidos, com o evento intitulado *Learn and Lively Calculus*, tem-se um marco inicial do foco didático-pedagógico sobre o ensino e a aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral. A discussão naquele

momento era voltada para os métodos de ensino e as dificuldades de aprendizagem de Cálculo. No entanto, já passadas várias décadas, as dificuldades na aprendizagem desse tema ainda persistem e a busca por métodos de ensino do mesmo ainda continua.

Diante desse contexto, as Tecnologias Digitais (TD) se apresentam como uma possibilidade ao ensino e à aprendizagem, podendo amenizar as dificuldades encontradas em Cálculo, mediante planejamento pedagógico bem estruturado que se aproprie da potencialidade dessas tecnologias.

Entende-se que as TD estão cada dia mais presentes no meio social e em especial no meio acadêmico. Com essa compreensão, e movidos pela perplexidade da dificuldade tanto de se ensinar quanto de se aprender Cálculo, quer-se neste artigo entender e explicitar como se realiza essa presença. Portanto, a interrogação que move esta pesquisa pode ser assim escrita: *como as tecnologias digitais se fazem presentes frente às problemáticas do ensino e da aprendizagem de Cálculo?*

Visando compreender a pergunta acima posta, realiza-se uma pesquisa qualitativa, de Revisão Sistemática (Sampaio; Mancini, 2007), buscando pelo que dizem pesquisadores da área de Educação Matemática sobre a temática, e analisando as abordagens por eles trabalhadas no ensino de Cálculo. Entende-se que uma síntese compreensiva sobre como se realizam essas diferentes abordagens e suas implicações é um modo de expressar a *presença* questionada na pergunta norteadora.

2. A SOCIEDADE, AS TECNOLOGIAS DIGITAIS E O ENSINO DE MATEMÁTICA

Desde que o computador foi criado em 1945, nos Estados Unidos da América e na Inglaterra, as suas inovações e reformulações não param de ser ampliadas a partir das solicitações e criações humanas. Tais inovações e reformulações podem ser encontradas nas relações entre sujeitos e tecnologias, seja via formas de comunicações proporcionadas pelas redes sociais, seja na atualização de modelos educacionais que foram surgindo com o passar dos tempos em escolas e universidades. Diante disso, podemos afirmar que não é possível mais ignorar o impacto dessas tecnologias à vida em sociedade (Gabriel, 2013).

A popularização das TD e dos espaços cibernéticos, como os de jogos e de interações sociais, reinventa as experiências na sociedade, proporcionando novos meios de comunicações e interação entre os indivíduos. Com isso, “elas deixam de ser exclusivas do computador *desktop* e passam a ocupar outros espaços, como ruas, praças, bancos, restaurantes etc. Passam a contribuir, portanto, para a organização do cotidiano da vida urbana” (Araujo; Vilaça, p. 17, 2016).

Com isso, faz-se relevante analisar como essas tecnologias estão moldando as relações entre a sociedade e os que nela habitam. A cidade contemporânea, constituída por TD, vem experimentando, bem como propondo vivências para além da fisicalidade do face a face. As redes sociais digitais possibilitam que os indivíduos interajam com outros usuários da rede, que leiam notícias, opinem, reivindiquem, produzam o seu próprio conteúdo, divulguem informações e até mesmo se mobilizem de forma coletiva. São novas maneiras de compartilhar, usufruir e fazer parte da sociedade em que vivem.

Tais configurações das relações humanas afetam segmentos da sociedade, tal como o contexto escolar (Giddens, 2012; Gabriel, 2013). O contexto atual, marcado pela Pandemia de COVID-19, expõe com mais clareza esta afetação, pois as TD se mostram como recurso necessário para viabilizar qualquer proposta de ensino. Para tanto, são utilizadas plataformas virtuais como o *Google Meet*, *Moodle* e o *Classroom*. Alguns estados brasileiros adotaram a modalidade de aula via rádio e televisão. No Ensino Superior, tornou-se frequente a participação em eventos como *webinars*, palestras, conferências, que, dada a especificidade da situação, foram realizados em modalidade totalmente *online*, o que aumentou o índice de participação, não necessariamente implicando na ampliação da acessibilidade, tendo em vista que muitos não puderam participar por falta de dispositivos e de internet de qualidade.

Os desenvolvimentos com TD que na situação pandêmica se fazem necessários, não caracterizam uma novidade, são conhecidos especialmente em iniciativas já presentes na tão disseminada Educação a Distância (EAD), especialmente na formação em nível superior. No entanto, o contexto atual envolve todo o sistema de ensino, o que demanda maior engajamento da União e dos demais entes federativos, bem como da classe escolar.

Os processos de ensino e aprendizagem aplicados no ensino remoto, além de fundamentais para a continuidade do ensino e da educação em tempos de pandemia, dizem respeito ao futuro, promovendo discussões sobre a educação pós-pandemia, que solicita investimento para a democratização das TD e da internet. Tal investimento é importante para que o avanço tecnológico seja um meio da democratização, e não um elemento a mais na reafirmação da desigualdade social, restringindo-se apenas à educação

daqueles que têm os aportes tecnológicos e de qualidade para aderir às modalidades de ensino que possam vir a se afirmar, agregando mais atividades online ao sistema de ensino presencial.

O vislumbre do cenário pós-pandemia configura mais uma oportunidade para se pensar o ensino de Matemática, mediante observações e estudos da modalidade de ensino que agora se impõe, que tem na visualidade sua principal característica, e ela expressa em interfaces computacionais. É uma oportunidade para se pensar, também, o ensino de Cálculo, estudando os modos pelos quais foi realizado no contexto pandêmico, as implicações das propostas que não se desprenderam da usual prática da resolução de exercícios, mesmo que em lousa digital, e as implicações das propostas que se apoiaram nas TD para ampliar a participação e o aprendizado dos alunos. Neste estudo quer-se estudar e descrever propostas metodológicas para o ensino de Cálculo com TD, explicitando se elas propõem e se efetivam as ampliações acima posta.

3. O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE CÁLCULO: UM PANORAMA HISTÓRICO

Para tecer compreensões sobre a aprendizagem de Cálculo é importante lançar olhar ao seu próprio movimento de constituição. Sobre isso, Picone (2007, p. 23) afirma que “Newton e Leibniz (século XVII) desempenharam um papel decisivo na construção do Cálculo com os seus trabalhos independentes um do outro”. Apesar da invenção do Cálculo ser por muitos creditada a Newton e Leibniz, tem-se de se enfatizar que há um movimento longo de constituição, desde a antiguidade, com contribuições de outros matemáticos, até mesmo contemporâneos de

Newton e Leibniz, para que se chegasse ao Cálculo tal como conhecemos. Por exemplo, “Quando Descartes e Pierre de Fermat introduziram as coordenadas cartesianas, tornou-se possível a transformação de problemas geométricos em problemas algébricos” (Torres; Giraffa, 2009, p.20) o que facilitou a visualização de funções definidas por variáveis e contribuiu às primeiras estruturas do Cálculo.

Os problemas envolvendo o traçar uma reta tangente a uma curva ou calcular a área de figuras planas já eram bastante conhecidos antes de Newton e Leibniz, mas o diferencial que eles trouxeram é o que conhecemos hoje como Teorema Fundamental do Cálculo (TFC), que enfatiza a relação inversa entre a derivada e a integral. Além disso, conforme enfatiza Baron (1985, p. 5): “Newton estendeu e unificou vários processos de cálculo e Leibniz ligou-os através de uma notação eficaz e de um novo cálculo operacional”.

No âmbito da história da Matemática algo que se destaca é a escrita, e como ela contribuiu para a evolução dessa área. Os próprios algarismos que usamos hoje representam uma grande evolução se comparados a outros já utilizados. Praticamente toda a Matemática é representacional, e nela tem-se diferentes formas de se descrever os mesmos problemas que foram desenvolvidos ao longo dos anos: geométricos, analíticos, etc. O Cálculo traz em sua constituição uma junção desses problemas, articulando Geometria e Álgebra, ampliando a complexidade de seu estudo, bem como de seu ensino.

No que diz respeito ao ensino de Cálculo no Brasil, em 1811 o Cálculo Diferencial e Integral já fazia parte do currículo da Academia Real Militar II. Logo após a Instauração da República em 1889, houve reformas no ensino, e em 1890 segundo Torres e Giraffa (2009, p.23) “O primeiro ministro Benjamin Constant baixou um

decreto, sob o número 891, deste mesmo ano, em que determinava uma reforma com a eliminação das disciplinas tradicionais, como o Latim e o Grego e a inclusão do ensino de Matemática abstrata bem como da Matemática concreta” e o estudo do Cálculo Diferencial e Integral no terceiro ano, o que se consagrou como a última reforma significativa até os anos de 1920 a 1930.

As mudanças que a sociedade sofreu nas décadas de 1930 e 1940 provocaram um impacto suficiente para que as instituições percebessem a necessidade de cursos para formação específica no âmbito do ensino secundário e na pesquisa, onde se evidenciava o modelo de ensino “3+1”, onde os três primeiros anos eram destinados a disciplinas específicas, e o concluinte teria o grau de bacharel, com a opção de cursar mais um ano de matérias pedagógicas para ser licenciado. Nesse contexto o Ensino Superior de Matemática deu-se prioritariamente nas faculdades de Filosofia. Os conteúdos relacionados à disciplina de Cálculo eram em sua maioria encontrados na disciplina chamada Análise Matemática, que contemplava quase ou os mesmos conteúdos ementados para a disciplina na atualidade (Oliveira, 2009, p. 40).

Já em 1968, com a Lei das Reformas Universitárias nº 5540, foram criados os departamentos nas universidades. Oliveira (2009, p 42) afirma que “Os cursos de licenciaturas em Matemática foram instituídos a partir de então, perdendo sua vinculação com as faculdades de Filosofia, o que permitiria que as ciências exatas ganhassem autonomia em instituições universitárias próprias”.

Entende-se que, embora a sociedade atual seja amplamente distinta da sociedade da década de 1960, especialmente pelo avanço das tecnologias digitais, o ensino de Cálculo, em muitos casos se realiza por metodologias comuns àquela época, com grande ênfase à

realização de exercícios, focando as operações algébricas. No entanto, há de se destacar as recomendações das diretrizes curriculares de ressignificação dessa prática, visando dinamizar o ensino da disciplina, trazendo novas abordagens, tais como as que se valem de TD, tornando mais visuais e interativas as operações e suas implicações. Compreender e explicitar as diferentes abordagens no ensino e na aprendizagem de Cálculo com auxílio das TD é o objetivo deste estudo.

4. METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS DE PESQUISA

Aqui, buscamos compreender e analisar as metodologias utilizadas no ensino de Cálculo no que tange a utilização das TD a partir de pesquisas já publicadas por pesquisadores da área da Educação Matemática. Para tanto, realiza-se uma pesquisa qualitativa, na modalidade *Revisão Sistemática*, que segundo Sampaio e Mancini (2007) tem como fonte de dados a literatura que versa sobre o tema ao qual se busca compreender ou explicitar. Nela, lança-se mão de técnicas bem definidas, visando selecionar um corpus de estudo com o qual se possa tecer compreensões sobre uma pergunta de pesquisa. Tal abordagem possibilita “resultados conflitantes e/ou coincidentes, bem como identificar temas que necessitam de evidência, auxiliando na orientação para investigações futuras” (Sampaio; Mancini, 2007, p. 84).

Sobre o processo da *revisão sistemática*, Galvão *et al.* (2004) apontam sete fases, sendo elas: (a) construção do protocolo, (b) definição da pergunta, (c) busca, (d) seleção dos estudos, (e) avaliação crítica, (f) coleta e (g) síntese dos dados.

Esta pesquisa se deu sob orientação dessas etapas, tal como registra-se a seguir:

(a) *Construção do protocolo:* Previamente relacionamos as etapas e as práticas necessárias à revisão. Foi momento de planejar a pesquisa, tendo como norte o tema focado, descrevendo os critérios de inclusão e exclusão, palavras-chave de pesquisa, fonte de dados, metodologia e procedimentos de coleta, análise e síntese compreensiva.

(b) *Definição da pergunta:* Na revisão sistemática a pergunta de pesquisa é solo para todas as realizações da investigação. Com essa compreensão, articulamos a pergunta: *como as tecnologias digitais se fazem presentes frente às problemáticas do ensino e da aprendizagem de Cálculo?*

(c) *Busca pelos estudos:* Foram selecionadas dez revistas da área da Educação Matemática, sob critério da classificação Qualis-CAPES. Definimos que a busca se daria no âmbito de revistas sediadas no Brasil, de publicação *online*, cujo Qualis seja A1 ou A2. A busca se deu na Plataforma Sucupira, selecionando o quadriênio 2013 – 2016, a área de avaliação Ensino (área de avaliação a qual está inserida a Educação Matemática na classificação dos periódicos realizada pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), e a classificação A1 para a primeira busca, e A2, para segunda busca, visando completar o número almejado de dez revistas. Das revistas que a busca nos legou, fomos selecionando, na sequência, aquelas que são da área da Educação Matemática, tendo em vista que são muitas as que não pertencem a esta área, mas que estão inseridas na área de avaliação Ensino. Deste modo, as revistas selecionadas foram: Acta Scientiae - ULBRA; Alexandria, Amazônia – Revista de Educação em Ciências e Matemática (Amaz RECM); Boletim de Educação Matemática (BOLEMA); Educação Matemática em Revista (EMR-SP); Educação Matemática Pesquisa (EMP); Jornal Internacional de Estudos em Educação

Matemática (JIEEM); Revista de Educação, Ciências e Matemática (RCEM); Revista Eletrônica de Educação Matemática (REVEMAT); Zetetikè.

(d) *Seleção dos estudos*: Aplicamos parâmetros de inclusão e de exclusão: definimos o espaço temporal de dez anos (2016-2025), que abarca a busca por publicações nestas revistas, com a temática *Ensino de Cálculo*. Inicialmente as produções foram buscadas via ferramenta de pesquisa de cada revista, inserindo a palavra-chave Cálculo. Em seguida, uma vez realizada a leitura dos resumos dos artigos resultantes, foi aplicado outro filtro, descartando aqueles artigos que não eram voltados ao ensino de Cálculo. Foi lançado mais um olhar, desta vez à proposta de trabalho com atividades em campo de pesquisa, a partir do qual separamos para análise os artigos cuja metodologia de realização de atividades se deu com a utilização de TD.

(e) *Avaliação crítica dos estudos*: Para a análise aqui proposta, foram considerados todos os textos encontrados na busca, e eles em suas totalidades, porém com olhar de destaque aos seus tópicos de metodologia, de descrição e análise dos dados e de considerações sobre o estudo realizado. Entende-se que nesses tópicos se tem a pesquisa em ato, abrangendo pesquisador e sujeitos de pesquisa frente a atividades de ensino e de aprendizagem. Portanto, esses tópicos têm maior convergência ao que aqui se busca compreender. A análise realizada junto aos textos selecionados compreende-se como descritiva-interpretativa, que consiste em primeiro momento descrever, seguindo “para articulações de sentidos manifestos, caminhando-se em direção a convergências/divergências e explicitação das compreensões que vão se constituindo” (Bicudo, 2011, p.20).

(f) *Coleta dos dados*: Como explicitado, realizamos a busca dos artigos nas revistas valendo-nos da palavra-chave *Cálculo*. Inicialmente tal busca nos apresentou cento e noventa e sete (197) trabalhos. Adentrando cada um deles, pudemos destacar aqueles que se referiam ao Cálculo como uma disciplina do curso de Matemática, como: Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Cálculo Numérico, Cálculo de Várias Variáveis, Cálculo Variacional. Os que não faziam essa referência, não foram considerados na análise. Por exemplo, não foram considerados aqueles relacionados ao cálculo mental, Cálculo Estatístico e cálculos com as operações básicas. Ao separar os textos referentes às disciplinas de Cálculo, restaram cinquenta (50) textos, dentre os quais constavam alguns com olhar à história do Cálculo bem como a estratégias de ensino de Cálculo pautadas em metodologias que não se tratam das que aqui buscamos estudar. Retirando também esses textos, separando para análise dezenove (19) artigos, que versam sobre a temática desta pesquisa, qual seja: ensino e a aprendizagem de Cálculo com TD.

(g) *Síntese dos dados*: Realiza-se um movimento de pesquisa buscando por convergências entre individualidades expressas em cada texto, de modo a constituir ideias abrangentes a partir das quais pudéssemos tecer compreensões sobre a pergunta de pesquisa. As individualidades chamamos de *sentidos que se mostram*, cujas convergências nos legaram três ideias, nomeadas como *Núcleos de Compreensão (NC)*, compreendidas como grupos abrangentes, que o movimento de investigação vai mostrando ao investigador, evidenciando sentidos, significados, seus entrelaçamentos e confluências. O movimento de convergências expõe que compreensões sobre a pergunta

não são prévias à análise; os NC são aqueles que se fizeram possíveis mediante ato investigativo, tendo este como norte a pergunta de pesquisa. Com isso, entendemos que, dado o rigor da análise, uma *síntese compreensiva* sobre cada um dos NC é um modo pelo qual podemos apresentar ao leitor as compreensões do estudo.

5. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

O Quadro 1, que segue, apresenta os textos que a busca nos legou:

Quadro 1: Relação de artigos analisados

Autor (es)	Título	Revista
Marin, D.; Penteado, M	Texto 1: Professores que utilizam tecnologia de informação e comunicação para ensinar Cálculo	EMP
Vecchia, R.; Kaiber, C.	Texto 2: Cálculo numérico e calculadoras gráficas: construindo conceitos relacionados ao Polinômio Interpolador de Lagrange	Acta Scientiae
Javaroni, S.; Soares, D.	Texto 3: Modelagem Matemática e Análise de Modelos Matemáticos na Educação Matemática	Acta Scientiae
Douglas, M	Texto 4: Professores universitários que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino de matemática: quem são eles?	REVEMAT
Reis, J. <i>et al.</i>	Texto 5: A criação de um objeto de aprendizagem para resolver problemas de fenômenos físicos com taxas relacionadas	EMP
Gonçalves, D.; Reis, F.	Texto 6: Atividades Investigativas de Aplicações das Derivadas Utilizando o GeoGebra	BOLEMA
Rosa, M.; Pazuch, V.	Texto 7: Contribuições ao Design Instrucional e à Cyberformação por meio do Feedback de Estudantes sobre HQs Matemáticas Interativas	Acta Scientiae
Luz, V.; Santos, Â.	Texto 8: Associando pesquisa e intervenção em uma disciplina de Introdução ao Cálculo: um estudo de caso na UFRJ	EMP
Trevisan, A.; Goes, H.	Texto 9: O Método da Exaustão e o Cálculo de Áreas: Proposta e uma Tarefa com Auxílio do Geogebra	EMR-SP
Parada, S. <i>et al.</i>	Texto 10: Mediación Digital e Interdisciplinarietà: una Aproximación al Estudio de la Variación	BOLEMA
Igliori, S.; Almeira, M.	Texto 11: Aplicações para o Ensino de Equações Diferenciais	Alexandria
Trevisan, E.	Texto 12: Sólidos de Revolução e o Teorema de Pappus-Guldin: uma Experiência em uma Turma de Cálculo de Várias Variáveis	EMR-SP

Alves, F. <i>et al.</i>	Texto 13: Sobre o Ensino de Integrais Generalizadas (IG): um Contributo da Engenharia Didática	JIEEM
Rosa, M.; Caldeira, J.	Texto 14: Conexões Matemáticas entre Professores em Cyberformação Mobile: como se mostram?	BOLEMA
Ferreira, J.; Orestes Filho	Texto 15: Visualização e Imagem de Conceito no Caso da Integral de Linha	RCEM
Mondini, F. <i>et al.</i>	Texto 16: O Ensino de Cálculo Diferencial e Integral I: Possibilidades de Investigação	EMR-SP
Ody, M.; Viali, L.	Texto 17: O papel da planilha na mudança de registros em uma atividade de Cálculo Numérico	EMP
Ingar, K.; Silva, M.	Texto 18: Estudio de la derivada parcial por medio de las aprehensiones en el registro gráfico de funciones de dos variables con estudiantes de ingeniería	EMP
Saadi, A. <i>et al.</i>	Texto 19: Uma Prática Pedagógica no Ensino de Funções Utilizando o Geogebra em um Curso de Pré-Cálculo Híbrido	REVEMAT

Fonte: Elaborado pelo o autor (2026)

A análise sistemática e o estudo descritivo-interpretativo aqui proposto solicita um olhar a todos os textos encontrados. Sendo assim, voltamos inicialmente às individualidades das indagações expressas nos dezenove textos, para em seguida, olhar para o conjunto das mesmas, buscando invariantes que convirjam constituindo ideias mais gerais que dizem das diferentes abordagens. A percepção das convergências se realiza no processo de ir e vir aos dados da pesquisa, aos relatos, sempre tendo como presente, como fundo, a questão norteadora (Bicudo, 2011).

O movimento de transição das individualidades dos textos às compreensões mais gerais nos legou alguns sentidos, que nomeamos sentidos que se mostram que, quando interrogados sobre o que dizem, mostraram-se convergentes entre si, o que nos permitiu articular o que aqui chamamos de Núcleos de Compreensão (NC). Foram constituídos três NC. O Quadro 2 expõe o movimento de constituição desses núcleos.

Quadro 2: Movimento de constituição dos Núcleos de Compreensão

Sentidos que se mostram	Núcleos de Compreensão
Trabalho com <i>softwares</i> visando a constituição de conhecimentos em Cálculo	NC1 – <i>A potencialidade da Visualização permitida por softwares na formação de conjecturas e na constituição do conhecimento em Cálculo</i>
A relevância da visualização no processo de aprender	
Auxílio tecnológico no estudo da disciplina de Cálculo proporciona melhor visualização	
O trabalho com <i>softwares</i> como complemento às práticas usuais de sala de aula	
Trabalho com modelos matemáticos associados a <i>softwares</i>	NC2 – <i>A Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas trabalhadas com softwares como auxílio ao ensino e à aprendizagem de Cálculo</i>
Aproximação entre o ensino e a realidade do aluno	
Modelos matemáticos como instrumento didático	
Construção de modelos educativos para ensino de Cálculo	
A utilização de tecnologias digitais na Resolução de Problemas	
Conceito pedagógico interativo e virtual, com implicações na prática e na compreensão de conhecimentos em Cálculo	NC3 – <i>O trabalho de professores com tecnologias digitais no ensino de Cálculo.</i>
Elo que liga o aluno ao ensino de Cálculo com as tecnologias digitais	
A necessidade de maior efetivação dos discursos já solidificados sobre formação tecnológica, levando as TD aos currículos de formação	

Fonte: Elaborado pelo o autor (2026)

O Quadro 2 expõe que os dados com os quais podemos tecer compreensões sobre o investigado se mostram junto ao movimento de pesquisa; os Sentidos e os NC não são prévios ao estudo, eles se doam ao pesquisador que intencionalmente se põe em ato de interrogar, e se está a interrogar, se posiciona como alguém que busca conhecer. Isso caracteriza o rigor metodológico da pesquisa, que nos permite afirmar que uma *síntese compreensiva* sobre cada um dos NC é um modo de tecer compreensões sobre o que aqui se interroga: *como as tecnologias digitais se*

fazem presentes frente às problemáticas do ensino e da aprendizagem de Cálculo?

Iniciamos as discussões pelo Núcleo de Compreensão

1. Nele, trazemos os *sentidos que se mostram*, em itálico e negrito.

✓ NC1 – *A potencialidade da visualização permitida por softwares na formação de conjecturas e na constituição do conhecimento em Cálculo*

A disciplina de Cálculo é uma das que mais acumulam reprovações de alunos nos cursos de exatas. De um modo geral, os discursos dos professores universitários justificam essa ocorrência pela defasagem do ensino nos níveis fundamental e médio (Reis, 2001). Diante desse contexto, muitas pesquisas, como as de Marin e Penteado (2011) e Saad et al. (2020), ressaltam a importância de se alinhar o ensino ao ***trabalho com tecnologias digitais visando a constituição de conhecimento em Cálculo***. Isso porque, o auxílio de um computador munido de um *software* adequado, potencializa a visualização dos conceitos pelos os alunos, estimulando nos mesmos a capacidade de explorar, conjecturar, refutar, concluir e demonstrar. Segundo Borba e Villarreal (2005), “a abordagem visual de um conceito ou objeto, em Matemática ou em qualquer outra área do conhecimento, pode ser considerada hoje, como um dos elementos que caracterizam novos estilos de construção do conhecimento”.

Trevisan e Goes (2016), por exemplo, afirmam que os ambientes de Geometria Dinâmica (GD), ou outros ambientes com funcionalidade similar, constituem verdadeiros laboratórios digitais nos quais os estudantes podem investigar e aprender Matemática, construindo

e manipulando essas construções, sejam elas gráficas ou algébricas. Uma construção realizada em GD fixa as propriedades da figura de modo que um movimento realizado provoca nela mudanças, mas, ao mesmo tempo, um grupo de invariantes predefinidos na construção se preserva. Da mesma forma pode-se construir gráficos em harmonia com as propriedades algébricas que os constituem, o que contribui ao trabalho de conteúdos em Cálculo.

Com isso, enfatiza-se neste texto que o estudo de temas em Cálculo, como Derivadas e Integrais, abarcando o Cálculo de áreas e o volume de sólidos, pode se dar com foco aos invariantes, às características que se preservam, que são correlatos à atualização da possibilidade de movimento projetada em ambientes de GD. Frisa-se que o invariante se mostra com um fundo dinâmico, que em sua própria desconfiguração vai produzindo e mostrando o que não varia. Entende-se, aqui, que esse dinamismo não se caracteriza apenas pelas possibilidades tecnológicas do software, mas especialmente pela intencionalidade de um sujeito de voltar-se a ele, pondo-se em ação, em atos de mover-se/movendo, e enquanto se configura em movimento faz o que é potencialmente dinâmico (o *software*) vir a ser dinâmico (Pinheiro, 2018).

Sob essa ótica, a inserção das TD no ensino de Cálculo, por meio do trabalho com *softwares* adequados e de fácil manuseio, como o Geogebra, calculadoras HP 50g, HQs interativas, se faz relevante. Eles têm como principal característica, a visualidade, muitas vezes projetada para ser dinâmica (aberta à realização de movimentos). Sobre isso, os estudos aqui analisados, como os de Ferreira e Orestes Filho (2018), Rosa e Pazuck (2014) e Ingar e Silva (2017), destacam ***a relevância da visualização ao processo de aprender***, justificando

também relevância do trabalho com essas tecnologias. Elas contribuem à elaboração de conjecturas, mediante visualização de movimentos, operações e suas implicações que se manifestam na interface computacional. Nesse processo essas conjecturas podem ser refutadas, testadas, interpretadas, reinterpretadas e, finalmente demonstradas, quando estiverem corretas. Assim, a possibilidade de uma integração das representações gráficas, algébricas e numéricas com a oralidade e a escrita configuram uma dinâmica que prioriza os alunos, como agentes de seu conhecimento, que se envolvem nos processos investigativos, e que desenvolvem suas argumentações frente às implicações de suas ações junto às TD.

Assim, pode-se dizer do potencial das TD, especialmente dos *softwares* gráficos, para os estudos na disciplina de Cálculo, ***por proporcionarem melhor visualização de conceitos sob diferentes perspectivas de visada***, como por exemplo o comportamento gráfico de algumas funções, quando variados seus componentes algébricos, bem como a expressão gráfica da derivada dessas funções, e isso, correlacionado à dinâmica dos *softwares*, projetada para ser atualizada na dinamicidade de um sujeito que a esses *softwares* se volta. Ou seja, são os alunos que escolhem o ponto de visada, as faces a serem observadas para estudo e compreensão de cada uma delas, e do todo que as constitui (Pinheiro; Bicudo; Detoni, 2020).

Assim, com base nos artigos que sustentam a articulação deste NC, reafirmamos ***a relevância do trabalho com softwares como complemento às práticas usuais de sala de aula no ensino de Cálculo***. Neste trabalho, reafirmamos que não se pode esquecer da atuação essencial do professor como um mediador pedagógico, auxiliando os alunos na

interpretação de gráficos e na coordenação do trabalho com os *softwares* no processo de ensino e de aprendizagem.

✓ *NC2 - A Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas trabalhadas com softwares como auxílio ao ensino e à aprendizagem de Cálculo*

Como já explicitado no NC1, o trabalho com TD no ensino de Cálculo traz nova configuração à sala de aula, bem como à prática docente, quando comparada **ao trabalho desprovido dessas tecnologias**. Desse modo, para além do conhecimento matemático, abre-se possibilidade de desenvolvimento de habilidades e competências que viabilizam a reconfiguração da prática pedagógica, o trabalho com metodologias que se valem das TD (Rosa; Caldeira, 2018).

Nessa perspectiva, incentivar que o docente interaja com conteúdos, dispositivos, plataformas e mecanismos digitais, pode contribuir para constituição do ser-professor-com-tecnologias (Pinheiro, 2018). Os estudos aqui realizados, quando focam esse ser-com sob perspectiva do ensino de Cálculo, apontam a ênfase ao trabalho com modelos matemáticos associados a softwares, a calculadoras, bem como com a internet, quando é preciso buscar informações específicas da situação problema a qual se busca modelar. Nesse trabalho, o desenvolvimento do pensamento matemático avança por meio da construção de modelos algébricos em programas de computador, partindo de projeções gráficas, planilhas, funções ou outros modelos adotados no campo virtual para a resolução de problemas matemáticos (Javaroni; Soares, 2012; Reis *et al.* 2013; Iglioni; Almeida, 2017).

A Modelagem Matemática com TD, tal como

destacado nos textos analisados, ***aproximando o ensino à realidade do aluno***, que abarca a própria vivência com essas tecnologias. *Realidade* é um tema complexo, uma vez que no âmbito da filosofia, sobre *Realidade*, se encontram diferentes compreensões, como por exemplo a platônica que expõe a compreensão de um mundo sensível como mundo de representações imperfeitas do que está em um mundo ideal, inteligível. De modo geral, os estudos aqui trazidos denotam como realidade o que se compreende como mundo material, palpável e visto pelas pessoas que o habitam. Portanto, é sobre e com essa realidade sensível que com a Modelagem Matemática se trabalha. Portanto, os entes ideais do Cálculo, como objetos geométricos e as próprias funções, são trabalhados aderindo-se às coisas que os representam, tal como uma bola representa uma esfera, e um gráfico projetado num *software* representa um gráfico de uma função.

As TD, ao subsidiarem o trabalho de Modelagem contribuem ao pensar e à realização de ***modelos matemáticos como instrumento didático***, alternativa pedagógica com a qual se faz uma abordagem por meio da Matemática de uma situação-problema não essencialmente matemática, promovendo a integração entre a realidade e o conteúdo a ser ensinado (Vecchia; Kaiber, 2012; Gonçalves; Reis, 2013). Como recurso didático para o ensino e a aprendizagem de Cálculo, a Modelagem Matemática, trabalhada em plataformas digitais, permite exploração do conteúdo abordado, que sincronamente às iniciativas, vai mostrando possibilidades ao porvir do pensamento e do movimento de criação de modelos.

Por conseguinte, ***a construção de modelos educativos para ensino de Cálculo*** faz-se relevante, dada a complexidade da disciplina, e a Modelagem

compondo esta construção é algo a se pensar visando aprimorar a prática pedagógica. Nesse ínterim, a realização, por exemplo, de estudos dirigidos com TD, pode ampliar a identificação de conceitos fundamentais, bem como sua transversalidade a outros conteúdos (Douglas, 2012). Ademais, a Modelagem associada aos materiais didáticos, pode possibilitar aos estudantes maior compreensão de uma Matemática aplicada não somente nela mesma, mas também no mundo, podendo-se fazer leituras da natureza mediante formulações matemáticas, processo este que se potencializa com o trabalho com TD.

Como pode ser visto nos textos, nas compreensões sobre Modelagem Matemática, além do termo realidade, é rotineiro também o termo problema. Os autores aqui citados, como Javaroni e Soares (2012), que versam sobre Modelagem Matemática, não buscam teorizar sobre o mesmo, deixando subentendido que problema é qualquer situação “real” a qual se possa dar um revestimento matemático, para com a linguagem matemática resolvê-lo.

No que diz respeito ao trabalho com TD, além de atividades de Modelagem, há grande ***ênfase na utilização dessas tecnologias na Resolução de Problemas***, sendo elas parte do processo de resolução, contribuindo ao desenvolvimento do raciocínio, da sistematização e da apresentação das ideias. Entende-se que um problema deve solicitar do aluno um amplo movimento reflexivo, dada a não trivialidade do que se apresenta, cabendo ao aluno valer-se das TD para compreender o que foi proposto, raciocinar, planejar, criar procedimentos para alcançar uma resposta correta ou com sentido (Reis *et al.* 2013; Parada *et al.* 2016). Entende-se, aqui, que uma didática que se vale dessa compreensão deve valorizar a resolução, mas especialmente o caminho traçado para delineamento da mesma, pois é nesse

movimento que os conhecimentos vão se mostrando aos alunos, bem como os alunos vão se doando a compreendê-los.

Portanto, entende-se que o dinamismo proporcionado pelas TD junto à Resolução de Problemas e à Modelagem Matemática contribui para uma formação do aluno e do professor, constituindo um solo sobre o qual se desenvolve o pensamento crítico, bem como um ***conceito pedagógico interativo e virtual, com implicações na prática e compreensão de conhecimentos em Cálculo***. Este solo constitui-se também pela *realidade virtual*, a que se evidencia em ambientes cibernéticos, que aqui se entende como um modo de ser da realidade que se expõe em nosso mundo de vivências, claro que com características específicas. Portanto, a realidade virtual não é outra realidade, mas é um espaço no qual assim como no espaço mundano, se realiza tarefas, se comunica, se emociona... (Pinheiro, 2018). Assim, se com a Resolução de Problemas e com a Modelagem Matemática se trabalha com a realidade mundana, pode-se trabalhar também com a realidade virtual. O que se pode interrogar é como se configuram esses trabalhos no espaço virtual das TD.

✓ NC3 – O trabalho de professores com tecnologias digitais no ensino de Cálculo

Entende-se nos textos aqui analisados que a maior parte dos trabalhos realizados por professores, quando dispõem de TD para o ensino de Cálculo, traz como proposta didática os *softwares* de GD, visando amenizar dificuldades de aprendizagem de conteúdos dessa disciplina, muitas vezes relacionadas a problemas com visualização gráfica, espacial ou plana, e visando estabelecer correspondência entre representações

algébricas e gráficas correspondentes. Dos textos se compreende que esses *softwares* contribuem ao ensino e à aprendizagem de Cálculo, cujas funções, a derivação e integração das mesmas podem ser vistas materializadas em interfaces digitais.

As atividades mediadas por *softwares*, além de trazerem a visualização para o centro da aprendizagem matemática, possibilitam uma das faces mais relevantes de uma proposta didática de ensino de Cálculo: a experimentação (Gonçalves; Reis, 2013). Nessa perspectiva, o aluno, ao explorar, percebe visualmente as implicações de seus atos e, com isso, ele é ativo na constituição dos conhecimentos apreendidos ao estar explorando. Nesse fazer, o professor não é o eixo central a partir do qual os alunos devem se orientar, mas constitui-se como ***elo que liga o aluno ao ensino de Cálculo com as tecnologias digitais***, cujo movimento primeiro é pensar a sala de aula e as atividades para que o trabalho seja viável e, principalmente, significativo no que diz respeito ao aprender (Alves *et al.* 2018).

A preocupação com o trabalho com as TD por parte dos professores no ensino de Cálculo ficou evidente nos textos analisados. De início, o Cálculo traz consigo uma demanda por interpretação de conceitos abstratos que vão muito além do que é mostrado nos conteúdos referentes ao ensino médio, como por exemplo, os conceitos de infinito e de contínuo. Entendemos que o computador não dá conta desses conceitos, tendo em vista a incomputabilidade da totalidade dos números (da reta numérica), que implica a incomputabilidade dos conjuntos, das funções e, por conseguinte, do contínuo e do infinito (Misse, 2019).

No entanto, propõe-se aqui um pensamento didático ao professor, que pode propiciar experiência com o contínuo e com infinito, que se entende não se realizarem no sistema binário que sustenta a programação, mas nas

interfaces lógicas que o reveste e que dão ao sujeito que a elas se voltam a percepção de retas, curvas, sequências, etc. Voltando-se às materializações nessas interfaces pode-se, mediante reflexão, projetar e articular sobre a formalização matemática desses conceitos (Pinheiro; Bicudo; Detoni, 2020).

O movimento que constitui a unidade sujeito-máquina, a intencionalidade desse sujeito de pôr-se em movimento e a mudança que se realiza no mundo e no sujeito realizador da mudança constituem um solo com o qual podemos pensar os modos pelos quais a continuidade se expõe em interfaces computacionais, uma vez que as possibilidades de movimento estão dadas no mundo de nossas vivências no qual também estão as tecnologias informáticas, dentre as quais, os *softwares* de GD, com os quais aqui conjecturamos sobre o contínuo na computação (Pinheiro, 2018).

Nota-se nos estudos aqui analisados o olhar à formação de professores de Matemática, para a qual afirma-se que os principais livros na bibliografia das disciplinas de Cálculo não apresentam, ou pouco apresentam, abordagens com TD. Apenas os livros mais recentes trazem problemas trabalhados com TD (Douglas, 2012). Tal afirmação expõe ***a necessidade de maior efetivação dos discursos já solidificados sobre formação tecnológica, levando as TD aos currículos de formação***. Os professores se adaptam, muitos se valem hoje dessas tecnologias em suas aulas, mas é importante que os próximos movimentos para um ensino com TD não sejam mediante adaptação, mas já nasçam na formação dos professores que à posteriori adentraram às escolas para ministrar suas aulas, já constituídos por uma didática que traz à sua prática as TD.

6. SINTETIZANDO O DITO E TECENDO OUTRAS CONSIDERAÇÕES

Na busca por compreender como as tecnologias digitais se fazem presentes frente às problemáticas do ensino e da aprendizagem de Cálculo, expondo uma revisão sistemática sobre as pesquisas em Educação Matemática que focam o Cálculo com TD, vimos que há poucos estudos que fazem esta articulação. Nos resultados correlatos à busca por artigos em dez revistas, que melhor estão classificadas junto à Capes, num período de dez anos, vê-se que a palavra-chave Cálculo está muito mais relacionada aos estudos voltados ao Ensino Básico. Quando inserido o último critério, sobre a presença das TD, o material de análise se reduziu a dezenove textos. Essa constatação reafirma compreensões de que no âmbito da Educação Matemática ainda há uma grande demanda por estudos que foquem a Matemática do Ensino Superior.

Retomando o como, expresso na pergunta de pesquisa, o movimento de convergências nos legou que o trabalho com TD no ensino e na aprendizagem de Cálculo justifica-se especialmente pela funcionalidade das mesmas, enfatizando especialmente a potencialidade da visualização permitida pelos *softwares*, atrelada à cinestesia, que se realiza na potencialidade de movimento bem como na ação que faz esta potencialidade vir a ser, apresentando gráficos e figuras em movimento, juntamente como as representações algébricas e operacionais que os constituem.

No âmbito das atividades de Cálculo, o trabalho com TD se torna mais evidente em trabalhos cuja fundamentação teórica é a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, sendo que nessas perspectivas as TD são postas com diferentes potencialidades para

otimizar os procedimentos de resolução de problemas e de construção de modelos. Elas são apresentadas como aportes teóricos e metodológicos para o trabalho do professor e, as implicações do trabalho com as mesmas incide sobre o desenvolvimento de habilidades de pesquisa, de exploração e de investigação, que constituem o ser-no-mundo, para além da Matemática e da sala de aula. Tal afirmação vale tanto para alunos quanto para o professor.

Gerar hábitos de investigação, proporcionar confiança para enfrentar situações novas, estimular a criatividade, ampliar a visão científica e metodológica, desenvolver agilidade na percepção do certo e do errado, dentre outras atribuições, são apontadas como primordiais à didática que propõe um trabalho com Resolução de Problemas. Essas características são destacadas também em trabalhos que focam a Modelagem Matemática, o que evidencia a aproximação entre a Resolução de Problemas e a Modelagem enquanto modos pelos quais se pode ensinar e aprender Matemática.

Outro foco das pesquisas incide sobre a formação de professores para/com TD, trazendo a discussão ao ensino de Cálculo. Enfatiza-se que essa formação prepara o professor para melhor entender a sistemática dos conteúdos escolares, determinar o campo de conhecimento no qual os atos dos alunos e seus correlatos junto às TD possam avançar constituindo modos de pensar-conhecer-compreender-com-TD.

Ao tecer compreensões sobre a pergunta diretriz (explicitando os NC e as considerações deste tópico), é possível compreender que o trabalho com TD é uma das possibilidades que se apresentam frente às dificuldades com a aprendizagem de Cálculo e, portanto, frente ao grande índice de reprovação na disciplina em cursos de Ciências Exatas, que tendem a aumentar no período agora

vivenciado, o de uma pandemia que impõe uma sistemática ao ensino antes comum apenas em cursos específicos, de nível superior.

O ensino remoto, que a pandemia impôs, solicita dos professores adaptação com materiais e com práticas específicas dos ambientes virtuais. No caso do Cálculo, aqui focado, para sua aprendizagem, faz-se necessário todo o movimento de desenvolvimento de um problema, realizando as operações, as exemplificações, os rascunhos, os desenhos. Portanto, em casos como este, o trabalho com uma mesa digitalizadora e o trabalho com plataformas às quais se aplica, como *Open Board* e *Autodesk Sketchpad*, bem como o trabalho com *softwares* se faz relevante, especialmente por permitir a sincronicidade da explicação, que pode ser antevista, mas não necessariamente inteiramente escrita e ilustrada pelo professor em um *slide*, o que demandaria muito tempo para produção do material de aula.

A constatação de que algumas atividades, agora desenvolvidas, devem prevalecer mesmo após a pandemia, evidencia que a Educação está sempre em um contínuo processo de evolução, que ela não é inerte frente ao que ocorre em seu entorno, e as TD são potencialmente transformadoras desse campo.

REFERÊNCIAS

ALVES, F.; DIAS, M.; LIMA, M. Sobre o Ensino de Integrais Generalizadas (IG): um Contributo da Engenharia Didática. ***Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática***, Londrina, v.11, n.2, p. 130-144, julho. 2018.

AMADEI, F. L. **O infinito**: um obstáculo no estudo de Matemática. 2005. 112p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica (PUC), São Paulo, 2005.

ARAUJO, E. V. F.; VILAÇA, M. L. C. Sociedade conectada: tecnologia, cidadania e infoinclusão. In: ARAUJO, E. V. F.; VILAÇA, M. L. C. (org.). **Tecnologia, sociedade e educação na era digital**. 1. ed. Duque de Caxias: UNIGRANRIO, 2016. p. 17-40.

BARON, M. **Curso de História da Matemática**: origens e desenvolvimento do Cálculo. Tradução de José Raimundo Braga Coelho, Rudolf Maier e Maria José M. M. Mendes. 5. ed. Brasília: Editora da UnB, 1985.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa qualitativa olhada para além de seus procedimentos. In: BICUDO, M. A. (org.). **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2011. p. 11-27.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, E. M. **Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**. 1 ed. New York: Springer, 2005.

DOUGLAS, M. Professores universitários que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino de matemática: quem são eles? **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 07, n. 1, p.62-77. 2012.

FERREIRA, J.; ORESTES FILHO. Visualização e Imagem

de Conceito no Caso da Integral de Linha. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, Duque de Caxias, v.8 n.1, p. 157 - 170, jan./abr. 2018.

GABRIEL, M. **Educ@r**: a (r)evolução digital na educação. 1. Edi. São Paulo: Saraiva, 2013.

GALVÃO, C. M. SAWADA, N. O; TREVIZAN, M. A. Revisão sistemática: recurso que proporciona a incorporação das evidências na prática da enfermagem. **Revista Latino-americana de Enfermagem**, São Paulo, v. 3, n. 12, p. 549-556, maio/jun. 2004.

GIDDENS, A. **Sociologia**. 6. ed. Porto Alegre: Penso, 2012.

GONÇALVES, D.; REIS, F. Atividades Investigativas de Aplicações das Derivadas Utilizando o GeoGebra. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 417-432, ago. 2013.

JAVARONI, S.; SOARES, D. Modelagem Matemática e Análise de Modelos Matemáticos na Educação Matemática. **Acta Scientiae**, Canoas v. 14, n. 2, p. 260-275, set. 2012.

IGLIORI, S.; ALMEIRA, M. Aplicações para o Ensino de Equações Diferenciais. **Alexandria**, Florianópolis, v. 10, n. 1, p. 257-270, maio. 2017.

INGAR, K.; SILVA, M. Estudio de la derivada parcial por medio de las aprehsiones en el registro gráfico de funciones de dos variables con estudiantes de ingeniería. **Educación Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n.1, p. 049-068, out. 2019.

LUZ, V.; SANTOS, Â. Associando Pesquisa e Intervenção em uma Disciplina de Introdução ao Cálculo: um estudo de caso na UFRJ. **Educación Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v.17, n.1, p.74-93, out. 2015.

MARIN, D.; PENTEADO, M. Professores que utilizam tecnologia de informação e comunicação para ensinar

Cálculo. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v.13, n.3, p. 527-546, fev. 2011.

MISSE, B. H. L. **Continuum**: Matemática, Filosofia e Computação. 2020. 100p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2020.

MODINI, F.; MOCROSKY, L.; PAULO, R. O Ensino de Cálculo Diferencial e Integral I: Possibilidades de Investigação. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 23, n. 59, p. 150-162, jul./set. 2018.

OLIVEIRA, F. **Uma disciplina uma história**: cálculo na licenciatura em matemática da Universidade Federal de Sergipe (1972-1990). 2009. 196 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão - SE, 2009.

PARADA, S.; CONDE, J.; FIALLO, J. Mediación Digital e Interdisciplinarietà: una Aproximación al Estudio de la Variación. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 1031 - 1051, abr. 2016.

PICONE, D. **Os registros de representação semiótica mobilizados por professores no ensino do Teorema Fundamental do Cálculo**. 2007. 126 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo-PUC/SP. São Paulo, 2007.

PINHEIRO, J. M. L. **O movimento e a percepção do movimento em ambientes de Geometria Dinâmica**. 2018. 283p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2018.

PINHEIRO, J. M. L.; BICUDO, M. A. V.; DETONI, A. R. Understanding Phenomenologically the Constitution of

Knowledge When Working with Dynamic Geometry. In: BICUDO, M. A. V. (ed.). **Constitution and Production of Mathematics in the Cyberspace: A Phenomenologically Approach**. 1. ed. Switzerland: Springer, 2020. p. 49 - 66.

REIS, F. S. **A Tensão entre o Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise**: A Visão de Professores-Pesquisadores e Autores de Livros Didáticos. 2001. 302 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

REIS, J.; LAUDARES, J.; MIRANDA, D. A criação de um objeto de aprendizagem para resolver problemas de fenômenos físicos com taxas relacionadas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.15, n. 3, p.750-774, set. 2013.

ROSA, M.; CALDEIRA, J. Conexões Matemáticas entre Professores em Cyberformação Mobile: como se mostram? **Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 62, p. 1068-1091, dez. 2018.

ROSA, M.; PAZUCH, V. Contribuições ao Design Instrucional e à Cyberformação por meio do Feedback de Estudantes sobre HQs Matemáticas Interativas. **Acta Scientiae**, Canoas, v.16, n.4, p.138-160, mar. 2014.

SAADI, A.; MACHADO, C.; PEREIRA, E. Uma Prática Pedagógica no Ensino de Funções Utilizando o Geogebra em um Curso de Pré-Cálculo Híbrido. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 15, n. 25, p. 01-18, out. 2020.

SAMPAIO, R. F. MANCINI, M. C. Estudos de revisão sistemática: um guia para síntese criteriosa da evidência científica. **Revista brasileira de fisioterapia**, São Carlos, v. 11, n. 1, p. 83-89, jan./fev. 2007.

TORRES, T.; GIRAFFA, L. O ensino de Cálculo numa perspectiva histórica: da régua de calcular ao MOODLE.

REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática, Santa Catarina, v. 4, n. 1, p.18-25, abr. 2009.

TREVISAN, A.; GOES, H. O Método da Exaustão e o Cálculo de Áreas: Proposta e uma Tarefa com Auxílio do Geogebra. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 52, n. 21, p. 79-85, janeiro. 2016.

TREVISAN, E. Sólidos de Revolução e o Teorema de Pappus-Guldin: uma Experiência em uma Turma de Cálculo de Várias Variáveis. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 22, n. 54, p. 106-115, abr./jun. 2017.

VECCHIA, R.; KAIBER, C. Cálculo numérico e calculadoras gráficas: construindo conceitos relacionados ao Polinômio Interpolador de Lagrange. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 14, n. 1, p. 40-50, jan./abr. 2012

SOBRE A AUTORA



Giovana Alves

Bacharel em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina, mestre e doutora em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá, e docente da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão. Sua trajetória acadêmica é voltada para a área de Matemática Pura, com ênfase em Equações Diferenciais Parciais e no estudo da estabilidade de ondas periódicas em modelos dispersivos. Integra e colabora com grupos de pesquisa nas áreas de Física Matemática e Educação Matemática, contribuindo para a articulação entre ensino, pesquisa e extensão.

Pensamento computacional na educação matemática: fundamentos, práticas e perspectivas

Eliel Constantino da Silva
Gisele Bosso de Freitas

PENSAMENTO COMPUTACIONAL NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: FUNDAMENTOS, PRÁTICAS E PERSPECTIVAS

RESUMO

Este estudo discute o papel do Pensamento Computacional (PC) na Educação Matemática, fundamentando-se na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural e na Teoria da Formação Planejada por Etapas das Ações Mentais. O objetivo é analisar como o PC, compreendido como estratégia de organização do pensamento, contribui para o desenvolvimento de habilidades cognitivas e para a formação de conceitos matemáticos. Metodologicamente, trata-se de uma pesquisa de natureza teórico-analítica, articulada a exemplos de práticas pedagógicas envolvendo modelagem, simulação, programação e robótica educacional. Os resultados indicam que a integração entre pensamento matemático e computacional potencializa a aprendizagem ao tornar conceitos abstratos em objetos executáveis, favorecendo a externalização e a internalização do pensamento por meio de mediações tecnológicas e sociais. Destaca-se que os pilares do PC — decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmos — atuam como instrumentos psicológicos que promovem o desenvolvimento de funções cognitivas superiores. Conclui-se que o PC, quando orientado por uma práxis pedagógica dialógica e crítica, contribui para a formação de sujeitos autônomos, reflexivos e capazes de compreender e transformar a realidade, configurando-se como elemento estruturante para a educação no século XXI.

Palavras-chave: Pensamento computacional; Educação Matemática; Teoria histórico-cultural; Aprendizagem ativa; Formação de conceitos.

COMPUTATIONAL THINKING IN MATHEMATICS EDUCATION: FOUNDATIONS, PRACTICES, AND PERSPECTIVES

ABSTRACT

This study discusses the role of Computational Thinking (CT) in Mathematics Education, grounded in the perspective of Cultural-Historical Theory and the Theory of the Step-by-Step Formation of Mental Actions. The aim is to analyze how CT, understood as a strategy for organizing thought, contributes to the development of cognitive skills and the formation of mathematical concepts. Methodologically, this is a theoretical-analytical study articulated with examples of pedagogical practices involving modeling, simulation, programming, and educational robotics. The results indicate that the integration of mathematical and computational thinking enhances learning by transforming abstract concepts into executable objects, fostering the externalization and internalization of thought through technological and social mediation. It is highlighted that the core elements of CT—decomposition, pattern recognition, abstraction, and algorithms—act as psychological tools that promote the development of higher cognitive functions. It is concluded that CT, when guided by a dialogical and critical pedagogical praxis, contributes to the formation of autonomous and reflective individuals capable of understanding and transforming reality, establishing itself as a structuring element for education in the 21st century.

Keywords: Computational thinking; Mathematics education; Cultural-historical theory; Active learning; Concept formation.

1. INTRODUÇÃO

O avanço das tecnologias digitais e a crescente presença da computação em todas as esferas da vida cotidiana transformaram profundamente os modos de ser, aprender, comunicar e resolver problemas. Nesse contexto, o Pensamento Computacional (PC) emerge como uma competência cognitiva e formativa essencial para o século XXI, por integrar raciocínio lógico, criatividade e resolução estruturada de problemas em diferentes áreas do conhecimento. No campo educacional, a relevância do PC ultrapassa as fronteiras da Ciência da Computação, pois se constitui como uma forma de pensar — um processo mental que envolve decompor situações complexas, reconhecer padrões, formular algoritmos e abstrair princípios generalizáveis para construir soluções (Brennan; Resnick, 2012).

Na Educação Matemática, especificamente, o PC oferece um terreno fértil para o processo de ensino-aprendizagem, permitindo que estudantes passem de consumidores passivos de informação a criadores ativos de soluções. A sinergia entre o pensamento matemático e o computacional é intrínseca: ambos se alicerçam na lógica, na abstração e na busca por soluções elegantes e generalizáveis. Contudo, a mera inserção de artefatos digitais em sala de aula não garante, por si só, o desenvolvimento dessa forma de organizar o pensamento. É preciso uma intencionalidade pedagógica fundamentada em uma teoria de desenvolvimento e aprendizagem, que compreenda o desenvolvimento cognitivo como um processo social, mediado e historicamente situado.

Essa perspectiva teórico-metodológica é fundamental, pois os próprios artefatos tecnológicos que permeiam a sociedade contemporânea não são neutros; eles são o resultado de um longo avanço histórico e cultural da

humanidade. Como instrumentos culturais, eles não apenas medeiam nossa interação com o mundo, mas também moldam ativamente nossas formas de ser, pensar e agir, tornando indispensável uma análise que considere essa dimensão histórica no processo educativo. Assim, este capítulo discute, à luz da teoria Histórico-Cultural (Vygotski, 2014), com especial atenção à teoria da Formação Planejada por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos (Galperin, 1986) e Resnick (2017), o papel do PC na formação de habilidades cognitivas e de sujeitos autônomos, reflexivos e criativos.

Ancorados em Silva (2023) e Silva e Javaroni (2024), argumentamos que o desenvolvimento do PC, quando mobilizado por uma práxis pedagógica dialética, possibilita o desenvolvimento de funções psicológicas superiores, transformando a relação do estudante com o conhecimento matemático e com o mundo (Silva; Javaroni, 2025b). Nessa perspectiva, o PC também pode ser compreendido como uma leitura crítica do mundo (Freire, 2002), pois envolve decodificar problemas, reconhecer estruturas e propor soluções transformadoras — um ato cognitivo e ético que integra o saber fazer ao saber ser. Para tanto, este texto está estruturado da seguinte forma: inicialmente, apresentamos os fundamentos teóricos que sustentam nossa análise; em seguida, exploramos as aplicações do PC no contexto da Educação Matemática; aprofundamos a discussão sobre a formação de habilidades cognitivas à luz dos referenciais teóricos mencionados; apresentamos exemplos de experiências práticas; e, por fim, tecemos considerações sobre os desafios e as perspectivas futuras para a integração efetiva do desenvolvimento do PC no currículo escolar.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Compreender as contribuições do desenvolvimento do Pensamento Computacional para a formação de conceitos matemáticos de estudantes, exige que ultrapassemos sua definição meramente instrumental, ancorando-a em uma base epistemológica sólida. O materialismo histórico-dialético, fundamento filosófico da Teoria Histórico-Cultural, oferece as bases conceituais para tal compreensão, ao postular que a consciência humana e os processos mentais são produtos da atividade social e do trabalho, mediados por instrumentos e signos (Silva; Javaroni, 2025a). Nesse sentido, e em consonância com a perspectiva desenvolvida por Silva (2023), compreendemos o Pensamento Computacional não como um conjunto estático de habilidades, mas como uma estratégia de organização do pensamento para resolver problemas. Essa organização emerge quando o indivíduo, em suas relações sociais, incorpora a cultura da Ciência da Computação, que é, ela mesma, um produto histórico da atividade humana que dialeticamente transforma o próprio ser humano.

Essa apropriação cultural implica uma profunda transformação psíquica. As funções psicológicas naturais do indivíduo são modificadas, orientadas pela lógica, pelos signos e pelos instrumentos da cultura computacional, convertendo-se em funções psicológicas culturais (Vygotski, 2014; Silva, 2023; Silva; Javaroni, 2024; Silva; Javaroni, 2025a). Assim como em Freire (2002), o desenvolvimento do pensamento se dá pela mediação social e pela problematização da realidade. O PC, ao ser desenvolvido de forma dialógica, não é apenas um exercício de lógica, mas um processo de conscientização,

em que o sujeito lê o mundo para transformá-lo. Portanto, o desenvolvimento do Pensamento Computacional é o próprio processo de organização da atividade mental do sujeito, que passa a operar com base em um novo sistema simbólico.

Nessa perspectiva, os artefatos computacionais – como os computadores ou os ambientes de programação – atuam como instrumentos culturais que medeiam a ação externa do sujeito sobre os objetos. No entanto, é a internalização dos signos dessa cultura – a linguagem, os termos como “algoritmo”, “decomposição”, “depuração” – que os converte em instrumentos psicológicos. São esses instrumentos que passam a regular a atividade interna, a dirigir o pensamento e a potencializar o desenvolvimento de funções psicológicas superiores como o planejamento, a atenção voluntária, a memória, a lógica e o pensamento abstrato. O PC, portanto, é a manifestação dessa nova estrutura funcional do pensamento, mediada e constituída pela cultura da Computação.

2.1 OS PILARES DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO SIGNOS DA CULTURA DA CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Dentro da cultura da Computação, o desenvolvimento do pensamento computacional para a resolução de problemas se organiza em torno de um sistema de operações e conceitos que Silva (2023) denomina fundamentos da Ciência da Computação. Ancorados neste autor e em Brennan e Resnick (2012), que se referem a estes mesmos conceitos como pilares, adotaremos esta última terminologia. Tais pilares funcionam como os principais signos a serem internalizados pelo indivíduo para que seu

pensamento se organize de maneira computacional. São eles:

- **Decomposição:** A operação de fragmentar um problema complexo em partes menores e mais gerenciáveis. Esta prática, central na engenharia de software e no design de sistemas, quando internalizada, torna-se uma estratégia mental para abordar qualquer desafio multifacetado, inclusive no domínio matemático.
- **Reconhecimento de Padrões:** A busca por tendências, similaridades ou regularidades. Na cultura computacional, isso se traduz na criação de soluções eficientes que aproveitam estruturas repetitivas. Como instrumento psicológico, prepara o sujeito a generalizar e a otimizar o raciocínio.
- **Abstração:** O processo de analisar e sintetizar informações, focando nos aspectos essenciais de um problema, descartando detalhes irrelevantes. É a operação que permite a criação de modelos e representações simbólicas (variáveis, funções), sendo o cerne tanto da Matemática quanto da Computação. A apropriação deste signo é o que possibilita o pensamento conceitual e a transferência de conhecimento entre diferentes contextos.
- **Algoritmos:** A formulação de uma sequência finita e bem definida de passos para executar uma tarefa. O raciocínio algorítmico, ao ser internalizado, estrutura a capacidade de planejamento e execução do sujeito, exigindo um raciocínio formalizado, preciso e lógico.

Esses pilares não são meras técnicas; são os conceitos e operações centrais da cultura computacional. O entrelaçamento dinâmico e interativo entre eles, no ato de resolver um problema, é a própria manifestação do desenvolvimento do Pensamento Computacional como uma nova estrutura funcional da mente, um pensamento organizado e mediado por esses novos instrumentos psicológicos.

2.2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL

A relação entre a Educação Matemática e o desenvolvimento do Pensamento Computacional é mais do que uma simples aplicação de instrumentos culturais ao ensino de Matemática; trata-se de uma sinergia conceitual e metodológica. Na perspectiva histórico-cultural, a Matemática é compreendida como um sistema de signos historicamente desenvolvido pela humanidade para compreender e operar sobre a realidade. De modo análogo, o PC representa a apropriação de um sistema de signos — a cultura da computação — para organizar o pensamento e a ação. A integração de ambos os campos potencializa a aprendizagem ao criar um novo contexto para a atividade matemática.

O pensamento matemático e o computacional compartilham uma base epistemológica comum. A busca por padrões, a necessidade de generalização, o uso de representações simbólicas e a valorização do raciocínio lógico-dedutivo são centrais em ambas as áreas. No entanto, a cultura da Computação introduz uma dimensão que pode transformar a prática da Educação Matemática: a executabilidade. Um conceito matemático, ao ser mediado

pelos signos e operações da cultura computacional, deixa de ser uma entidade puramente abstrata para se tornar um artefato dinâmico, testável e observável. Pensemos, por exemplo, no conceito de função. No papel, $f(x) = 2x + 1$ é uma representação simbólica da lei de formação da $f(x)$. Em um ambiente de programação, essa mesma expressão torna-se uma ação materializada: o estudante cria um objeto (a função programada) que pode ser executado, receber valores de entrada (x) e produzir saídas concretas ($f(x)$). Essa transição do simbólico para o executável é central na perspectiva histórico-cultural.

A escrita do código é o ato de externalização do plano mental do estudante, mediado pelo computador como instrumento cultural (Silva, 2023; Silva; Javaroni, 2024; Silva; Javaroni, 2025). A executabilidade, por sua vez, fornece um feedback objetivo e imediato, que transforma o raciocínio interno do sujeito em um fenômeno observável. Se o programa produz um resultado inesperado, esse erro não é apenas uma falha, mas a objetificação de uma lacuna ou de um equívoco no modelo mental do estudante. Como argumenta Papert (2020), o computador cria um micromundo onde esses conceitos matemáticos abstratos ganham vida. Na ótica histórico-cultural, esse micromundo é o palco onde a ação externa (programar e executar) revela a estrutura do pensamento interno, tornando-o acessível à mediação social (a discussão com o professor e os colegas) e, subsequentemente, à reestruturação e internalização consciente pelo próprio sujeito.

Nesse processo, a mediação é fundamental. O ambiente de programação atua como um instrumento cultural que medeia a relação do estudante com o objeto matemático. Por exemplo, ao invés de apenas conceber a ideia de uma variável x , o estudante a declara em um programa, atribui-lhe valores e observa seu impacto

em tempo real no comportamento de um gráfico ou de uma simulação. A abstração matemática torna-se uma ação materializada. O código-fonte, por sua vez, torna-se a manifestação externa do raciocínio do estudante. O ato de depurar (*debugging*) um programa que não funciona corretamente é, na essência, um exercício de metacognição, forçando o estudante a revisar sua própria lógica e a compreender a fundo as propriedades do conceito matemático que tentou modelar.

Essa dinâmica se alinha perfeitamente com a atuação na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). Um professor pode, por exemplo, desafiar um aluno que compreende a ideia de repetição, mas tem dificuldade em generalizar uma sequência numérica, a criar um programa que gere os termos dessa sequência. Ao colaborar com o professor ou com colegas, o estudante externaliza suas ideias, negocia significados e, com o auxílio dos mediadores (humanos e culturais), constrói um algoritmo que representa a regra geral da sequência. Conforme defende Silva (2023), é nessa interação, mediada pelos signos e instrumentos da cultura computacional, que o pensamento se reorganiza. O que era uma ação social e compartilhada — construir o programa em conjunto — é internalizada, convertendo-se em uma nova estrutura mental, uma nova forma de pensar matematicamente, agora potencializada pelo desenvolvimento do pensamento computacional.

3. EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, PENSAMENTO COMPUTACIONAL E A FORMAÇÃO DAS AÇÕES MENTAIS DOS ESTUDANTES

A Teoria da Formação Planejada por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos, desenvolvida por Galperin

(1986), oferece um referencial teórico e metodológico de imensa relevância para estruturar o ensino de Matemática articulando a formação das habilidades matemáticas com a formação de habilidades de pensamento computacional, preconizadas no complemento da Base Nacional Comum Curricular destinado ao ensino de Computação nas escolas (BNCC-Computação).

A articulação entre essa teoria e o PC, explorada por Silva (2023), demonstra como a intencionalidade pedagógica pode guiar a formação de conceitos matemáticos mediados pela cultura da computação. Galperin (1986) argumenta que o desenvolvimento mental ocorre através da passagem da ação do plano material (externo, concreto) para o plano mental (interno, abstrato), em um processo cuidadosamente orientado pelo professor. Essa transição ocorre em etapas que podem ser adaptadas para o contexto do ensino da matemática utilizando os signos da cultura computacional presente no ambiente social do estudante, permitindo uma formação de conceitos e de ações mentais consciente e estruturada nas aulas de Matemática (Silva; Javaroni, 2025b).

3.1 AS ETAPAS DA FORMAÇÃO PLANEJADA DA AÇÃO MENTAL NO ENSINO DE MATEMÁTICA E A ARTICULAÇÃO COM O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL

O desenvolvimento de habilidades cognitivas constitui um eixo central para a formação de aprendizes capazes de compreender, analisar e transformar a realidade. No contexto da cultura digital, essas habilidades assumem novas dimensões, pois o estudante precisa articular raciocínio lógico, criatividade e metacognição para interagir criticamente com tecnologias e informações.

Galperin (1986) demonstrou que essa teoria oferece uma base sólida para compreender como esse processo se desenvolve pedagogicamente, postulando que as ações mentais se constroem gradualmente, passando por etapas que garantem sua internalização consciente.

Por sua vez, Silva (2023), Silva e Javaroni (2024; 2025a; 2025b) demonstrou como essa teoria, no contexto da Educação Matemática, pode apoiar a articulação entre o desenvolvimento do pensamento computacional e o processo de ensino-aprendizagem da Matemática em contexto escolar, visando a formação das ações mentais e dos conceitos dos estudantes. O autor definiu em quais etapas estabelecidas por Galperin (1986) poderão ser articuladas com os pilares do pensamento computacional. Ancorado nessas obras, vamos analisar essas etapas no contexto do aprendizado do conceito matemático de função afim, especificamente $f(x) = ax + b$, utilizando um ambiente de programação como mediador.

1. Etapa da Base Orientadora da Ação (BOA):

Esta é a etapa fundamental do planejamento. O professor, como mediador, estabelece o mapa da ação para o estudante. Para o conceito de função afim, a BOA consistiria em:

- **Modelo do Objeto:** O que é uma função afim? É uma relação que transforma um número de entrada x em um número de saída y (ou $f(x)$), seguindo uma regra de formação linear, $y = ax + b$, onde a é o coeficiente angular (taxa de variação) e b é o coeficiente linear (valor inicial).
- **Modelo da Ação:** Como podemos construir e executar essa função em um ambiente de programação? O plano seria: criar variáveis para a , b , x e y ; solicitar

ao usuário um valor de entrada para x ; calcular o valor de y usando a fórmula $(a \cdot x) + b$; e, finalmente, exibir o resultado y .

● **Modelo do Controle:** Como saber se a ação está correta? Podemos testar com valores conhecidos. Se $f(x) = 2x + 1$, ao inserirmos $x = 3$, o resultado exibido deve ser 7. Se inserirmos $x = 0$, o resultado deve ser 1.

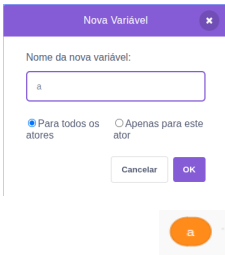
Etapa da Ação Material ou Materializada: O estudante executa a ação no plano concreto, seguindo a BOA. Em um ambiente como o Scratch, ele manipula os blocos de código: cria as variáveis “a”, “b”, “x”, “y”; usa o bloco “pergunte” para obter o valor de x ; arrasta e encaixa os blocos de operadores ($\cdot$ e $+$) para elaborar a expressão $(a \cdot x) + b$; e usa o bloco “diga” para mostrar o valor final de y . A ação é externa, visível e o resultado é imediato. Se o cálculo estiver errado, o programa mostrará um resultado incorreto, fornecendo um feedback concreto.

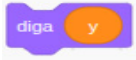
Um exemplo concreto dessa etapa de aprendizado pode ser observado na atividade desenvolvida no ambiente Scratch, em que o estudante elabora um algoritmo simples para calcular o valor de uma função do tipo $y = (a \cdot x) + b$. Nessa proposta, o processo de construção do código é orientado pela Base Orientadora da Ação (BOA), permitindo que cada operação corresponda a uma etapa do pensamento em ação. O Quadro 1 sintetiza as fases do trabalho no Scratch, destacando os blocos utilizados, suas funções e o objetivo pedagógico de cada etapa, evidenciando como o Pensamento Computacional pode emergir de práticas concretas, manipuláveis e progressivamente interiorizadas.

A atividade apresentada no Scratch ilustra, de forma

concreta, como o PC pode ser desenvolvido a partir da mediação tecnológica e da ação guiada. O processo de elaboração do algoritmo — desde a criação das variáveis até a obtenção do resultado final — permite que o estudante transite do plano material para o plano mental, conforme proposto por Galperin (1986). Ao manipular blocos de código, o sujeito não apenas executa uma sequência lógica de ações, mas compreende sua estrutura conceitual e funcional, internalizando os princípios de abstração, decomposição e reconhecimento de padrões. Assim, o ambiente de programação torna-se um espaço privilegiado para a formação do pensamento teórico e da autonomia cognitiva, favorecendo aprendizagens duradouras e significativas.

Quadro 1: Etapas de construção do algoritmo no Scratch segundo a Base Orientadora da Ação (BOA)

Função	Código/Blocos no Scratch		Objetivo e descrição
Criação das variáveis	Ações no Scratch: Acessar a categoria “Variáveis” no menu lateral. Clicar em “Criar uma variável” e nomear como a, b, x e y. Marcar todas as variáveis para que seus valores apareçam no palco.		As variáveis representam os elementos da expressão algébrica e permitem a visualização concreta dos valores durante a execução. Essa etapa corresponde à orientação inicial da ação, em que o estudante reconhece os componentes do problema.
Entrada de dados	Blocos utilizados: pergunte [Digite o valor de a:] e espere mude [a] para (resposta) (repetir o processo para b e x)		Essa etapa concretiza a interação com o ambiente, representando a fase de orientação da ação segundo Galperin (1986). O estudante fornece valores e observa sua inserção no sistema, desenvolvendo raciocínio lógico e controle da execução.

Proces- samento (cálculo)	Bloco principal: mude [y] para $((a * x) + b)$		O estudante combina blocos das categorias Operadores e Variáveis para representar o cálculo. Essa manipulação materializa o raciocínio matemático e favorece a interiorização de relações algébricas e funcionais, fortalecendo a lógica computacional.
Saída de dados (fe- edback)	Bloco de saída: <i>diga (y)</i>		A resposta é visual e imediata, permitindo o controle consciente da ação e a autocorreção de erros. Essa etapa consolida o ciclo de feedback, essencial para o desenvolvimento do Pensamento Computacional e da autorregulação cognitiva.

Fonte: Elaboração própria (2025)

3. Etapa da Linguagem Externa: A ação começa a ser transferida para o plano verbal. O estudante é incentivado a descrever o que está fazendo e por quê. Por exemplo, descrever que para calcular a função $f(x) = 2x + 1$, primeiro eu peço um número para o x . Depois, eu multiplico esse número por 2 e adiciono 1. O resultado eu guardo na variável y e mostro na tela. Essa verbalização força a tomada de consciência sobre cada passo do algoritmo, conectando a representação matemática com a ação computacional.

4. Etapa da Linguagem Interna: A fala se torna internalizada. O estudante não precisa mais verbalizar para os outros, mas ainda pensa em voz alta mentalmente para guiar suas ações. Ao ser desafiado a modelar uma nova situação, como o custo de uma corrida de táxi ($C(d) = 4.50 + 1.50d$), ele pensa: “Ok, o valor fixo é R\$4,50, então esse é o meu b . O valor por quilômetro é R\$1,50, então esse é o meu a . A distância d é o meu x . A fórmula no programa será $(1.50 * d) + 4.50$ ”. O estudante já está generalizando e adaptando o modelo inicial.

5. Etapa da Ação Mental: A ação é finalmente internalizada, tornando-se uma operação mental automatizada e flexível. O estudante compreende o conceito de função afim não apenas como uma fórmula, mas como um processo transformador. Ele consegue, mentalmente, prever como a alteração dos coeficientes a e b afetará o resultado, sem precisar executar o programa. O conceito foi assimilado e agora pode ser aplicado para analisar, modelar e resolver novos problemas de forma abstrata e criativa.

Esse processo, mediado pelo professor e pelos artefatos computacionais, garante que a formação do conceito de função não seja superficial ou mecânico, mas um processo consciente e sólido de uma nova estrutura de pensamento. Cada atividade de programação torna-se um exercício de lógica, planejamento e metacognição — o pensar sobre o próprio pensar.

4. APLICAÇÕES DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Uma vez estabelecido o percurso metodológico para a formação planejada das ações mentais, como detalhado na seção anterior, a questão se desloca para os contextos práticos onde esse processo pode ser efetivamente implementado. Se a teoria de Galperin (1986) nos oferece o como guiar a aprendizagem de um conceito, as diversas aplicações do Pensamento Computacional na Educação Matemática nos fornecem o onde e o com quê.

As práticas de modelagem, simulação e o uso de ambientes de programação não são apenas atividades com tecnologia; elas representam a própria materialização da

ação externa que, quando orientada pedagogicamente, permite a internalização e a formação de conceitos matemáticos complexos. A seguir, exploraremos como esses cenários potencializam a aprendizagem ao fornecer o substrato material para o desenvolvimento cognitivo discutido.

4.1 MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE FENÔMENOS MATEMÁTICOS

De forma ampla, a Modelagem Matemática pode ser entendida como “uma abordagem, por meio da matemática, de um problema não-matemático da realidade, ou de uma situação não-matemática da realidade” (Araújo, 2009, p. 65). Quando articulada com o Pensamento Computacional, essa abordagem ganha uma nova dimensão. A criação de um modelo computacional para simular um fenômeno é, em sua essência, a materialização da ação mental de modelar, tornando-a uma atividade externa, observável e manipulável, como preconiza Galperin (1986). O modelo deixa de ser uma equação estática no papel para se tornar um sistema dinâmico, um artefato cultural com o qual o estudante pode interagir.

Nesse processo, o estudante não apenas aplica uma fórmula, mas precisa, primeiro, decompor o problema, abstrair suas variáveis essenciais e, em seguida, construir um algoritmo que represente as relações entre elas. Como aponta Silva (2023), essa atividade de tradução entre sistemas de signos – da linguagem natural do problema para a linguagem matemática e, desta, para a linguagem computacional – força uma organização do pensamento e uma tomada de consciência sobre os atributos fundamentais do conceito matemático em jogo. A necessidade de tornar o modelo executável por uma máquina exige um nível de

precisão e de clareza lógica que a resolução puramente simbólica muitas vezes não demanda.

Tomemos como exemplo o estudo de juros compostos. Um estudante pode criar um programa que simule o crescimento de um investimento ao longo do tempo. Na etapa da ação materializada, ele define variáveis para o capital inicial, a taxa de juros e o número de períodos. Ele então constrói um laço de repetição (*um loop*) que, a cada iteração, recalcula o montante, aplicando a taxa de juros sobre o valor acumulado no período anterior. Essa construção não é apenas um cálculo; é a materialização do processo de capitalização. O estudante observa, de forma concreta e dinâmica, como o montante cresce exponencialmente.

De acordo com Baroni *et. al* (2019), a simulação permite, então, a experimentação. O que acontece se a taxa de juros for ligeiramente maior? E se o tempo de investimento dobrar? A possibilidade de variar os parâmetros e visualizar imediatamente o impacto no resultado transforma o estudante de um mero executor de fórmulas em um investigador do fenômeno matemático. O erro em um programa, que gera uma simulação irrealista, torna-se um poderoso instrumento de aprendizagem, um feedback objetivo que força o estudante a confrontar e a refinar seu modelo mental sobre o conceito, impulsionando a passagem da ação do plano da linguagem externa para o plano mental.

4.2 ROBÓTICA EDUCACIONAL, AMBIENTES DE PROGRAMAÇÃO E APRENDIZAGEM ATIVA

A robótica educacional e os ambientes de programação, como o Scratch, representam micromundos (Papert, 2020)

onde as ideias matemáticas podem ser materializadas de forma exemplar. Na perspectiva histórico-cultural, esses ambientes são mais do que instrumentos culturais; são palcos para a atividade (Leontiev, 1978), onde o estudante age sobre um objeto (um robô físico, um personagem na tela etc.) utilizando os signos e instrumentos da cultura da Computação para transformá-lo de acordo com um objetivo. A construção de um programa ou a montagem de um robô é a própria atividade externa que, mediada socialmente, leva à internalização dos conceitos.

O processo dialético do pensamento é materializado por meio do planejamento que é a ação mental; a execução é sua externalização no artefato; o resultado (o comportamento do robô ou do programa) é o feedback objetivo da realidade; e a depuração é a análise da contradição entre o plano e o resultado, levando a uma nova e mais refinada ação mental. Nesse contexto, o erro deixa de ser um fracasso e se torna o motor da aprendizagem, um ponto de mediação que exige reflexão e organização do pensamento.

A pesquisa de Silva (2018) ilustra concretamente esse processo. Em seu estudo, estudantes do ensino fundamental foram desafiados a programar um semáforo utilizando um kit de robótica (Arduino) para investigar o conceito do resto da divisão euclidiana. A tarefa não era apenas resolver um problema matemático abstrato, mas construir um artefato funcional. O período do ciclo do semáforo (vermelho-verde-amarelo) tornou-se a materialização do módulo da divisão. O estado de uma luz em um determinado segundo t era determinado pelo resto da divisão de t pelo período total do ciclo. A matemática abstrata da aritmética modular tornou-se uma ação concreta e observável no piscar das luzes.

Conforme aponta Silva (2018), foi justamente no processo de depuração do programa que a aprendizagem se aprofundou. Um programa que não executava a sequência de luzes corretamente não era apenas um código errado, mas a manifestação de um modelo mental incompleto ou equivocado sobre a periodicidade e o conceito de resto. Para fazer o semáforo funcionar, os estudantes foram compelidos a decompor o problema, reconhecer o padrão cíclico e construir um algoritmo preciso, mobilizando os pilares do Pensamento Computacional não como um fim em si mesmos, mas como os instrumentos psicológicos necessários para resolver o problema matemático.

Apesquisa concluiu que essa atividade, mediada pelo robô e pela programação, contribuiu para a formação do conceito matemático. Isso ocorre porque, como defende Silva (2023), a necessidade de agir sobre o mundo material com as ferramentas da cultura computacional força uma organização do pensamento, alinhando a estrutura do raciocínio matemático com a lógica da ação computacional.

Desse modo, iniciativas como *hackathons* e maratonas de programação escolar podem ser vistas como atividades intensivas de aprendizagem ativa, onde a colaboração é central. Nesses eventos, o conhecimento é produzido socialmente para atingir um objetivo comum. A interação no grupo, a negociação de significados e a divisão de tarefas criam uma rica Zona de Desenvolvimento Proximal (Vygotski, 2014), onde os estudantes, mediados por seus pares e por mentores, avançam em sua compreensão e internalizam tanto os conceitos matemáticos quanto às estratégias de Pensamento Computacional.

5. EXPERIÊNCIAS PRÁTICAS

As experiências de ensino e extensão que discutiremos a seguir se desenvolvem em um contexto profundamente marcado pela presença das tecnologias digitais. Os estudantes com os quais trabalhamos pertencem a uma geração que nasceu em meio a telas, aplicativos e redes sociais — um cenário que exige refletir criticamente sobre o papel do PC na formação de sujeitos conscientes, autônomos e criadores.

5.1 A GERAÇÃO DIGITAL E O PENSAMENTO COMPUTACIONAL CRÍTICO

A geração que nasce com o celular na mão cresce imersa em um ambiente digital que estrutura seus modos de conhecer, comunicar-se e interagir com o mundo (Lévy, 1999; Santaella, 2022). Essa familiaridade precoce com a tecnologia, muitas vezes interpretada como característica dos chamados “nativos digitais” (Prensky, 2001), não garante, contudo, uma consciência crítica sobre o modo como essas tecnologias funcionam, moldam o pensamento e produzem significados (Buckingham, 2013; Livingstone, 2009). Sob a ótica freireana, esse cenário exige uma reflexão urgente: o acesso aos dispositivos não é sinônimo de emancipação, pois a simples capacidade de usar uma tecnologia não implica compreender seus mecanismos, intencionalidades e implicações sociais (Freire, 2002; Valente, 2019).

Paulo Freire (2002; 2019) argumenta que educar é um ato político e ético, que deve partir da leitura crítica do mundo e conduzir o sujeito à sua reescrita transformadora. Se aplicarmos essa concepção ao contexto digital, o

desenvolvimento do PC pode ser entendido como um caminho para transcender a condição de usuário e alcançar a de criador, sujeito e autor no mundo tecnológico. O PC, quando trabalhado de forma dialógica, não é apenas aprender a programar, mas aprender a pensar sobre o pensar mediado por algoritmos — um processo de conscientização (conscientização) digital.

A geração conectada vive em meio a algoritmos que decidem o que ela vê, consome e acredita. Freire nos lembraria que toda mediação — inclusive tecnológica — carrega uma intencionalidade e, portanto, precisa ser desvelada. O ensino do PC, ao permitir compreender como os algoritmos são construídos e como estruturam decisões, pode se tornar um ato libertador. Ao programar, o estudante passa a perceber que a tecnologia não é neutra nem mágica, mas uma produção humana, sujeita a valores, ideologias e contradições — e, por isso mesmo, passível de transformação.

Nessa perspectiva, a escola não deve apenas ensinar a “usar o celular”, mas problematizar o mundo digital que ele representa: quem o controla? quem produz o conhecimento que circula ali? quais dados ele coleta? como os algoritmos moldam nossas escolhas? Essa abordagem crítica, mediada pelo PC, transforma o espaço educativo em um lugar de investigação e diálogo — uma educação problematizadora, nos termos de Freire (2019). O ato de programar, nesse contexto, é também um ato político: implica reapropriar-se da linguagem das máquinas para reescrever o próprio mundo digital.

Além disso, é necessário reconhecer que o excesso de estímulos digitais pode fragmentar a atenção e enfraquecer o pensamento abstrato. A pedagogia freireana nos convida a contrapor essa superficialidade com experiências de

profundidade cognitiva, que envolvam tempo, diálogo, curiosidade e reflexão sobre o processo. O PC, quando bem orientado, favorece justamente essa pausa reflexiva: ao depurar um código, compreender uma estrutura de repetição ou prever o comportamento de um algoritmo, o estudante exercita o pensamento lógico, mas também a consciência metacognitiva — pensa sobre o que faz e por que faz.

Portanto, educar a geração que nasce com o celular na mão não é apenas capacitá-la para o mercado digital, mas formá-la para o uso ético, crítico e criador das tecnologias. O Pensamento Computacional, articulado à pedagogia freireana, oferece um caminho de emancipação digital, em que o sujeito deixa de ser consumidor de conteúdo e torna-se autor de códigos, ideias e realidades. Assim, o desafio não é ensinar a operar dispositivos, mas ensinar a ler e escrever o mundo através deles, transformando o ato de programar em um exercício de autonomia, diálogo e liberdade.

Essa compreensão crítica do mundo digital orienta as ações formativas e os projetos desenvolvidos na UEMASUL, descritos a seguir, nos quais o PC é trabalhado como uma prática emancipadora e socialmente situada.

5.2 PROJETOS DE PESQUISA, EXTENSÃO E FORMAÇÃO DOCENTE NA UEMASUL

Algumas experiências desenvolvidas na Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (UEMASUL) evidenciam que o PC pode ser promovido de modo emancipador e dialógico quando inserido em práticas formativas fundamentadas na pedagogia freireana e na teoria histórico-cultural. A articulação entre extensão,

pesquisa e ensino tem permitido integrar o desenvolvimento de habilidades computacionais à formação docente e à construção de aprendizagens significativas na Educação Básica.

A dimensão da pesquisa emerge como eixo articulador dessas iniciativas, permitindo a produção de conhecimento sobre práticas educativas inovadoras, o estudo de modelos didáticos e o desenvolvimento de projetos de iniciação científica e tecnológica. Entre os projetos, destaca-se o “Luz em Código”, no qual a simulação de fenômenos ópticos foi associada a atividades de programação visual e análise de dados, levando os estudantes a decompor problemas, identificar padrões e construir modelos computacionais para explicar situações físicas. Essa abordagem dialógica permitiu que os participantes resolvessem problemas e compreendessem criticamente o papel da tecnologia e da modelagem no modo como se produz e se valida o conhecimento científico. Entre os resultados, observam-se maior engajamento discente, fortalecimento do protagonismo estudantil e integração efetiva entre teoria e prática, tanto no ensino básico quanto no superior.

No campo da extensão universitária, destacam-se os projetos “Ciência, tecnologia e jornada pelo tempo na melhor idade” e “Física (Re)Criativa”, voltados à inclusão digital e à integração intergeracional, nos quais estudantes e idosos participam conjuntamente de atividades que envolvem pensamento computacional, ética tecnológica e reflexão sobre a relação entre humanidade e tecnologia, como nas oficinas inspiradas no filme *O Homem Bicentenário*. Atividades desplugadas e plugadas foram adaptadas para promover a troca de saberes e o fortalecimento da autonomia digital, contribuindo para a redução da exclusão tecnológica e para a valorização da experiência dos idosos.

No âmbito da formação docente, as ações buscam

preparar futuros professores para o uso crítico e criativo das tecnologias no ensino de Ciências e Física. As atividades incluem oficinas com simulações interativas PhET, uso da plataforma Scratch, construção de materiais experimentais de baixo custo e desenvolvimento de estratégias didáticas baseadas em metodologias ativas, como aprendizagem baseada em projetos e sala de aula invertida. Essas experiências têm mostrado impacto positivo na formação inicial e continuada, estimulando práticas pedagógicas mais participativas, contextualizadas e reflexivas.

As experiências práticas demonstram que o PC constitui uma abordagem formativa central para o desenvolvimento de habilidades cognitivas, raciocínio lógico e resolução de problemas, tanto no ensino básico quanto no superior. Ao integrar atividades desplugadas, simulações digitais e projetos interdisciplinares, os projetos realizados evidenciam que o PC não apenas favorece a compreensão de conceitos científicos complexos, como também fortalece a autonomia, o protagonismo estudantil e a capacidade de aplicar estratégias sistemáticas a situações do cotidiano e da aprendizagem. Dessa maneira, o PC se estabelece como um elemento estruturante da formação docente e discente, promovendo aprendizado ativo, interdisciplinaridade e competências para o século XXI.

6. DESAFIOS E PERSPECTIVAS

A implementação do desenvolvimento do Pensamento Computacional na Educação Matemática, embora promissora, não é um processo isento de contradições. Na perspectiva histórico-cultural, os desafios transcendem a mera disponibilidade de recursos e tocam em questões profundas sobre a práxis pedagógica, a formação docente e as condições sociais da Educação. O maior desafio é

superar uma visão tecnicista e alienada, na qual a tecnologia é introduzida como um fim em si mesma. Quando o foco recai sobre o instrumento cultural (o software, o robô) em detrimento da atividade humana e da construção de significados, corremos o risco de promover apenas a aprendizagem de operações mecânicas, sem que ocorra a genuína internalização e a organização do pensamento que caracteriza o desenvolvimento das funções psicológicas superiores (Leontiev, 1978). O estudante aprende a clicar botões, mas não a pensar computacionalmente.

Nesse contexto, a formação de professores emerge como um desafio central e complexo. Não se trata apenas de formar os docentes a usar novas ferramentas, mas de promover uma transformação em sua própria concepção sobre o que é ensinar e aprender matemática. O professor precisa se tornar um mediador qualificado, capaz de organizar a atividade de estudo de modo a estabelecer a ZDP do estudante. Isso implica saber estruturar uma BOA que articule os conceitos matemáticos aos signos da cultura computacional, e mediar a passagem dos estudantes pelas etapas da formação da ação mental. Trata-se de uma formação que deve ser teórica, prática e, sobretudo, reflexiva sobre a própria práxis.

Adicionalmente, não podemos ignorar as condições materiais e históricas da escola brasileira. A precariedade da infraestrutura e a desigualdade no acesso a recursos tecnológicos são a expressão, no campo educacional, de contradições sociais mais amplas. A ausência de laboratórios funcionais ou de conectividade adequada não é um mero problema técnico; é uma barreira que limita o acesso de grande parte dos estudantes a um conjunto de instrumentos culturais do século XXI, aprofundando o fosso da exclusão digital e cognitiva.

Apesar dos desafios, as perspectivas são vastas. O

futuro aponta para uma integração cada vez mais profunda do PC com outras tendências, exigindo uma abordagem crítica e humanista. A Inteligência Artificial (IA), por exemplo, não deve ser vista apenas como uma ferramenta de tutoria, mas como um objeto de estudo. Compreender como funcionam os algoritmos de IA, seus vieses e seu impacto social torna-se um novo e urgente objetivo do letramento matemático-computacional, alinhando-se a uma Educação que visa a emancipação. O ensino híbrido, por sua vez, deve ser pensado não como uma simples mescla de modalidades, mas como uma nova forma de organizar a atividade de estudo, onde os ambientes digitais podem servir para a ação materializada e a experimentação individual, enquanto os encontros presenciais se tornam espaços privilegiados para a mediação social, o diálogo e a construção coletiva de significados.

Por fim, a perspectiva mais promissora reside na consolidação da interdisciplinaridade. O PC, como uma estratégia de organização do pensamento, é inerentemente transdisciplinar. Projetos que integram matemática, programação, artes e ciências para resolver problemas complexos do mundo real representam a mais autêntica expressão da atividade de aprendizagem (Zampieri *et. al*, 2024).

Nesses projetos, o estudante não aprende sobre Matemática ou sobre Computação; ele se apropria desses sistemas de signos como instrumentos para agir e transformar sua realidade. A perspectiva, portanto, é que o PC não se torne mais uma caixa no currículo, mas sim um fio que costura as diferentes áreas do conhecimento, promovendo uma formação integral e preparando o estudante para atuar de forma consciente, crítica e criativa na sociedade.

7. CONCLUSÃO

Ao longo deste capítulo, argumentamos que o desenvolvimento do Pensamento Computacional, quando compreendido e implementado sob a ótica da Teoria Histórico-Cultural, transcende sua dimensão meramente instrumental. Longe de ser apenas um conjunto de habilidades técnicas, o PC representa, como defende Silva (2023), a apropriação de uma cultura — a da Ciência da Computação — que, uma vez internalizada, organiza o pensamento e potencializa a formação de funções psicológicas superiores. Demonstramos que os pilares do PC (decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmos) funcionam como signos e instrumentos psicológicos que, ao mediar a atividade do estudante, transformam a sua relação com o conhecimento matemático.

A articulação com a Teoria da Formação Planejada por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos (Galperin, 1986) permitiu-nos delinear um caminho pedagógico intencional e estruturado. Este percurso guia o estudante desde a ação material e concreta — como a programação de um robô para explorar conceitos de aritmética modular (Silva, 2018) — até a internalização dessa ação no plano mental, culminando na formação de conceitos abstratos e generalizáveis - como a formação do conceito polígono regular (Silva, 2023). Nesse processo, o erro e a depuração emergem não como falhas, mas como momentos dialéticos de tomada de consciência, onde a contradição entre o plano mental e o resultado concreto impulsiona a aprendizagem.

Inspirados por Freire (2002), compreendemos o PC como uma forma de alfabetização crítica, na qual programar é um modo de intervir no mundo. Quando a escola propicia espaços de diálogo, criação e reflexão sobre

as tecnologias, o ato de pensar computacionalmente torna-se um exercício de autonomia e libertação.

Nesse cenário, a Educação Matemática enriquece-se, transformando-se de um campo de reprodução de procedimentos para um laboratório de experimentação, modelagem e criação. Os conceitos matemáticos, ao se tornarem executáveis em um ambiente computacional, tornam-se objetos de atividade (Leontiev, 1978), ganhando vida, dinamismo e significado. A formação de professores, portanto, emerge como o elemento central para que essa visão se concretize, exigindo que os educadores se tornem mediadores, capazes de organizar a atividade de estudo de forma a promover uma aprendizagem que seja, de fato, emancipadora. Em última análise, a integração consciente entre tecnologia, uma práxis pedagógica dialética e uma profunda compreensão do desenvolvimento cognitivo é o caminho para formar não apenas melhores estudantes de Matemática, mas sujeitos capazes de compreender, criticar e transformar criativamente o mundo digital e social em que vivemos.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. de L. Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 55-68, jul. 2009.

BARONI, A. K. C.; SILVA, E. C. da; MALTEMPI, M. V.; JAVARONI, S. L. Educação financeira e as contribuições do pensamento computacional em uma proposta de atividade voltada à tomada de decisão. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**,

[S. l.], v. 3, n. 2, p. 151–179, 2019. DOI: 10.33238/ReBECM.2019.v.3.n.2.22627

BRENNAN, K.; RESNICK, M. New frameworks for studying and assessing the development of computational thinking. In: 2012 **AERA ANNUAL MEETING**, 2012, Vancouver. Proceedings of the 2012 Annual Meeting of the American Educational Research Association, (Vol. 1). Vancouver: AERA, 2012. p. 01-25.

BUCKINGHAM, D. **Media education**: Literacy, learning and contemporary culture. Cambridge: Polity Press, 2013.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 41. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 68. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2019.

GALPERIN, P. Y. **A formação das ações mentais e dos conceitos**. Moscou: Progress, 1986.

LÉVY, P. **Cibercultura**. São Paulo: Editora 34, 1999.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Livro Horizonte, 1978.

LIVINGSTONE, S. **Children and the internet**: great expectations, challenging realities. 1. Ed. Cambridge: Polity Press, 2009.

PAPERT, S. A. **Mindstorms**: Children, computers, and powerful ideas. 2. ed. New York: Basic Books, 2020.

PRENSKY, M. Nativos digitais, imigrantes digitais. **On the horizon**, Bradford, v. 9, n. 5, p. 1-7, 2001.

RESNICK, M. **Lifelong Kindergarten: cultivating creativity through projects, passion, peers, and play.** 1 Ed. Cambridge: MIT Press, 2017.

SANTAELLA, L. **Culturas y artes de lo poshumano.** São Paulo: Paulus, 2022.

SILVA, E. C. da. **Pensamento Computacional e a formação de conceitos matemáticos nos Anos Finais do Ensino Fundamental: uma possibilidade com kits de robótica.** 2018. 267 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2018.

SILVA, E. C. da. **Desenvolvimento do pensamento computacional em uma dinâmica pedagógica baseada na perspectiva histórico-cultural: possibilidades para a formação das ações mentais de estudantes e do conceito polígono regular a partir da produção de um pensamento geométrico.** 2023. 352 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2023.

SILVA, E. C.; JAVARONI, S. L. The possible relationships between the development of computational thinking and the formation of mental actions of students in mathematics classes. **Quadrante**, Cidade da revista, v. 33, n. 2, p. 82–109-82–109, dez. 2024.

SILVA, E. C. da; JAVARONI, S. L. O uso do método histórico-dialético na investigação sobre o desenvolvimento do pensamento computacional de estudantes no contexto da Educação Matemática. Obutchénie. **Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, [S. l.], v. 9, n. Contínua, p. e2025–16. 2025a. DOI: 10.14393/OBv9.e2025-16

SILVA, E. C. da Silva; JAVARONI, S. L. Developing Students' Computational Thinking to Bridge the Gap between Their Lived Experiences and Math Classes. **The Korean Society of Educational Studies in Mathematics - Journal of Educational Research in Mathematics**, Cidade da revista, v. 35, p. 489-517. 2025b. DOI: <https://doi.org/10.29275/jerm.2025.35.3.489>

VALENTE, J. A. **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: UNICAMP/NIED, 2019.

VYGOTSKI, L. S. **Obras Escogidas**: Tomo II. 2. ed. Madrid: Machado Nuevo Aprendizaje. 2014.

ZAMPIERI, M. T.; SANTOS, L. dos; SILVA, E. C. da; SOUZA, P. H. G.; JAVARONI, S. L. Formação em serviço de professores: um olhar para o desenvolvimento do pensamento computacional em projetos interdisciplinares. In: SILVA, E. C.; JAVARONI, S. L. **Pensamento Computacional**: pesquisas, práticas e concepções. 1. Ed. Curitiba: Editora UFPR, 2024. p. 79-102.

SOBRE OS AUTORES

Eliel Constantino da Silva

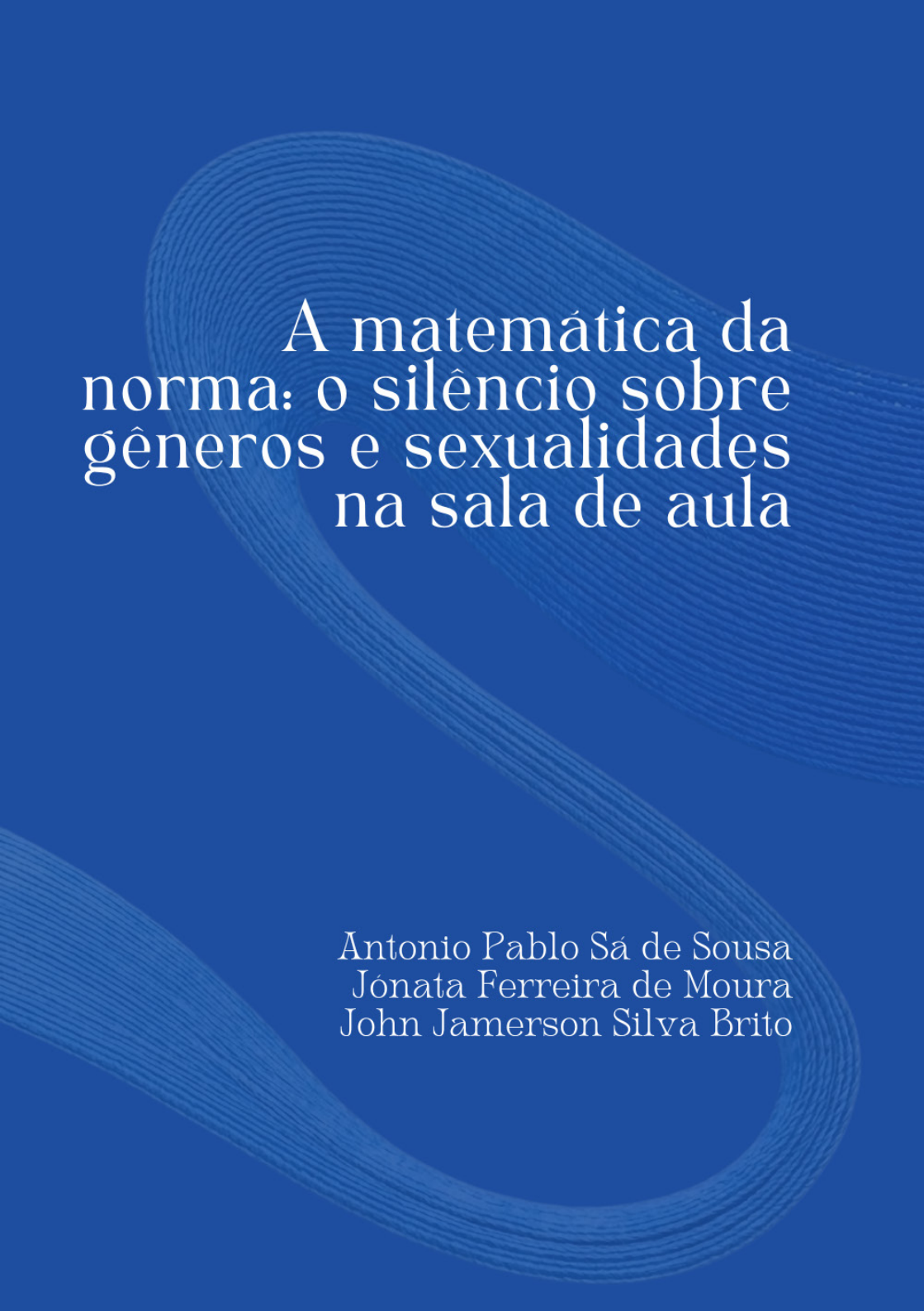
Docente da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (UEMASUL), lotado no Centro de Ciências Exatas, Naturais e Tecnológicas (CCENT/Imperatriz). Diretor do Curso de Licenciatura em Matemática da UEMASUL (2026-2027). Bolsista Produtividade da UEMASUL (2026-2027). Doutor e Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Licenciado e Bacharel em Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP) e pela Universidade do Minho (Portugal), respectivamente. Membro do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM/UNESP - Rio Claro) e membro do Grupo de Estudo em Matemática Pura, Aplicada e Ensino (GEMPAE/UEMASUL).



Gisele Bosso de Freitas

Possui graduação em Matemática, mestrado e doutorado em Biofísica Molecular pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP), com período sanduíche durante o doutorado na Universidad Autónoma de Madrid (UAM). É especialista em Aprendizagem Ativa STEM com Simulações Interativas PhET pela University of Colorado Boulder (CU). Atualmente, é docente na Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (UEMASUL), onde desenvolve projetos de pesquisa, extensão e inovação em alfabetização científica, pensamento computacional, gamificação, computação e informação quântica. Atua no Ensino de Ciências e Matemática, desenvolvendo experimentos de baixo custo e atividades com simulações interativas para a aprendizagem ativa na educação básica e superior. É PhET Fellow desde 2023, autora, tradutora e revisora de atividades do site PhET Interactive Simulations.





A matemática da norma: o silêncio sobre gêneros e sexualidades na sala de aula

Antonio Pablo Sá de Sousa
Jónata Ferreira de Moura
John Jamerson Silva Brito

A MATEMÁTICA DA NORMA: O SILÊNCIO SOBRE GÊNEROS E SEXUALIDADES NA SALA DE AULA¹

RESUMO

O objetivo deste texto é problematizar a percepção de um professor de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental sobre gêneros e sexualidades, investigando os aspectos atreladas à lógica binária e normativa no espaço escolar. A pesquisa é de natureza qualitativa, do tipo biográfica, com uso da entrevista narrativa para produção dos dados. A análise é de inspiração foucaultiana. Como resultados, a narrativa do professor entrevistado é carregada de normatividades, binarismos e apresenta, de algum modo, o campo da matemática como um espaço que contribuiu para a manutenção destas ações. Na narrativa do professor aparece o silenciamento quanto às questões de gêneros e sexualidades em sala de aula, não como uma ausência de posição, mas uma postura política de preservação e/ou manutenção do status quo, pois ao optar pelo apaziguamento dos conflitos e pela neutralidade, o docente acaba por validar o machismo e a LGBTQIAPN+fobia, concebendo o ambiente escolar como um espaço asséptico onde identidades devem ser deixadas do lado de fora ou dentro do armário. Por fim, afirmamos que os cálculos não são apenas numéricos, mas referem-se às ações, às percepções e às discussões em sala de aula. O silêncio, por sua vez, está atrelado às normatividades e à binaridade presentes no discurso e nas práticas docente.

Palavras-chave: Educação Matemática; Ensino de Matemática; Ensino Fundamental.

¹ Texto faz parte do projeto de pesquisa Histórias de vida, formação e práticas de professores que ensinam matemática na educação básica maranhense, aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal do Maranhão, com parecer consubstanciado n.º 7.937.886, no âmbito do Grupo de Pesquisa Histórias de Formação de Professores que Ensinam Matemática (Hifopem).

THE MATHEMATICS OF NORMAL STANDARDS: SILENCE ON GENDER AND SEXUALITY IN THE CLASSROOM

ABSTRACT

The objective of this text is to problematize the perception of a mathematics teacher in the final years of elementary school regarding gender and sexuality, investigating aspects linked to binary and normative logic in the school environment. The research is qualitative in nature, biographical in type, using narrative interviews to produce data. The analysis is inspired by Foucault. As a result, the narrative of the interviewed teacher is loaded with normativities and binaries and, in some ways, presents the field of mathematics as a space that contributed to the maintenance of these actions. The teacher's narrative reveals a silencing of issues of gender and sexuality in the classroom, not as an absence of position, but as a political stance of preservation and/or maintenance of the status quo, because by opting for the appeasement of conflicts and neutrality, the teacher ends up validating machismo and LGBTQIAPN+phobia, conceiving the school environment as an aseptic space where identities must be left outside or inside the closet. Finally, we affirm that calculations are not only numerical, but refer to actions, perceptions, and discussions in the classroom. Silence, in turn, is linked to the normativities and binary nature present in discourse and teaching practices.

Keywords: Mathematics Education; Mathematics Teaching; Elementary Education.

1. INTRODUÇÃO

Este texto é um dos resultados de uma pesquisa realizada pelo primeiro autor e orientada pelos dois últimos, que teve como tema a Educação Matemática e as relações de gêneros e sexualidades. Os participantes da investigação foram três docentes de matemática de uma escola dos anos finais do Ensino Fundamental pública do município de Imperatriz/MA. Para este capítulo, selecionamos a narrativa do professor Agenilson², docente de 43 anos de idade, homem cisgênero, heterossexual, com 15 anos de docência. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Maranhão nos anos 2000, atuando nos anos finais do Ensino Fundamental.

O título deste artigo preludia os caminhos que teceremos ao longo de sua escrita. A narrativa produzida pelo nosso depoente nos direciona, a priori, para essa afirmativa: os cálculos não são apenas numéricos, mas referem-se às ações, às percepções e às discussões em sala de aula. O silêncio, por sua vez, está atrelado às normatividades e binaridades presentes no entendimento desse docente. Contudo, é fundamental explicitar que este texto não assume uma postura de culpabilização ou de estabelecimento de verdades. Inspirados em Michel Foucault (2022), pretendemos analisar os 'comos' — e não os 'porquês' — através dos discursos que circulam nessa narrativa. Assim, este capítulo objetiva problematizar a percepção de um professor de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental

² Nome fictício como forma de preservação da identidade do participante da pesquisa. O narrador assinou o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), autorizando o uso de suas narrativas.

sobre gêneros e sexualidades, investigando os aspectos atreladas à lógica binária e normativa no espaço escolar.

A seguir apresentamos o caminho metodológico, em seguida problematizamos a narrativa do professor, na tentativa de compreendermos os discursos que circulam nela, por fim, apresentamos uma ideia provisória de conclusão.

2. MONTANDO OS CÁLCULOS MATEMÁTICOS

Como pesquisadores, interessamo-nos pelo modo como pessoas diferentes dão sentido a suas vidas e histórias, pelo que refletem sobre estas e sobre o mundo, pelo sentido que conferem a suas ações e à tomada de consciência de sua historicidade, em particular à construção de suas identidades. Por isso, realizamos uma pesquisa biográfica que, como todas desse tipo, tem como objeto a exploração de “processos de gênese e de devir dos indivíduos no seio do espaço social, [tem o objetivo] de mostrar como eles dão forma a suas experiências, como fazem significar as situações e os acontecimentos de sua existência” (Delory-Momberger, 2012, p. 524).

Para produção da narrativa, optamos pelo uso da entrevista narrativa, que consiste em uma “entrevista [que] produz textos narrativos sobre as experiências das pessoas, expressando maneiras como os seres humanos vivem o mundo por meio de histórias pessoais, sociais e coletivas” (Moura; Nacarato, 2017, p. 17). Esta metodologia nos permitiu perceber as nuances que constituem a narrativa e dizem de modos de gêneros e sexualidades presentes nas vivências e experiências dos docentes narradores.

Com isso, entendemos que as narrativas “não só permitem entender a história ou trajetória de vida de

determinada pessoa, mas também o modo como seus processos educativos se deram, e os impactos e influências que isso teve/tem em sua formação enquanto sujeito/a” (Brito; Moura, 2025, p. 541 e 542). Essas narrativas podem trazer marcas e possíveis indícios de uma coletividade, que é caracterizada pela (re)produção de discursos e de modos de entender a si, a cultura e a sociedade através de uma ótica unívoca de normatividade e existência, estas principalmente atreladas a uma binaridade de gêneros e sexualidades.

Para análise da narrativa, inspiramo-nos na perspectiva foucaultiana, que problematiza como os discursos se constituem como verdades e como circulam de maneira capilarizada, ao ponto de serem naturalizados, sem questionamentos de suas construções, sendo as palavras modos de enunciar e constituir coisas (Foucault, 2022). Deste modo, buscamos entender como os modos de enunciar e constituir coisas vão circulando e se tornam verdades inquestionáveis e naturalizadas, e quais dispositivos vão permitindo isto, pois é necessário “deixar que aflorem as contradições, as diferenças, inclusive os apagamentos, os esquecimentos; enfim, significa deixar aflorar a heterogeneidade que subjaz a todo discurso” (Fischer, 2001, p. 212).

3. OS CÁLCULOS SÃO SOMENTE BINÁRIOS, E AGORA?!

Os estudos de gêneros e sexualidades nos últimos anos vem sofrendo fortes efeitos de uma ofensiva antigênero no Brasil, que busca extinguir o debate, transformar os diálogos sobre estes temas como inoportunos, aterrorizantes e fantasmagóricos (Butler, 2024). Isto amplia-se ainda mais

com a polarização política e com uma ofensiva neoliberal, ultraconservadora e discursiva que vem engendrando-se em diversos espaços, *modus* de exclusão, subalternização e medo ao abordar estes temas (Carneiro, 2026). A escola vem sofrendo estes efeitos, sendo percebida como uma das primeiras instituições a reproduzirem e reforçarem tais processos. Não muito diferente, o campo da Matemática, enquanto uma ciência presente cotidianamente na escola e fora dela, também vem ampliando e potencializando essas assimetrias.

O campo da Matemática é frequentemente percebido sob um manto de neutralidade e universalidade, na persistente desigualdade de gêneros nas áreas de Ciências Exatas, Tecnologia, Engenharia e Matemática (STEM). A matemática, dentro do currículo escolar, opera frequentemente como um filtro social, pois a crença de que homens possuem uma *aptidão natural* para o raciocínio lógico-abstrato, enquanto mulheres seriam mais inclinadas às áreas de cuidado e humanidades, é um mito persistente que molda as expectativas de docentes e da sociedade de maneira geral (Reis; Esquincalha, 2022). Sobre isso há uma lógica misógina e machista estabelecendo que a matemática é “mais favorável ao universo masculino, [isso] ainda se perpetua nas práticas das aulas de Matemática, desestimulando meninas e mulheres a prosseguirem nas carreiras ligadas às Ciências Exatas” (Couy; Gazire; 2024, p. 2).

Neste contexto, a sala de aula de matemática torna-se um palco de tensões e conflitos. Por ser considerada uma disciplina neutra e objetiva, muitos professores quem ensinam matemática sentem-se desautorizados ou desinteressados em abordar temas como gêneros e sexualidades, acreditando que tais discussões atrapalham o cumprimento do conteúdo programático. Entretanto,

essa suposta neutralidade é, em si, um posicionamento político e epistêmico que mantém as estruturas de poder vigentes. Quando um professor ignora o bullying sexista ou utiliza exemplos binários e heteronormativos, ele está ativamente reforçando um modelo de sociedade que exclui as identidades dissidentes, fazendo uso do silenciamento e da *pedagogia do apaziguamento*, mecanismos que operam na manutenção de um *status quo* que separa a ciência do social e o cálculo da vida.

Ao transcrevermos e analisarmos a narrativa do professor Agenilson, percebemos que ela é carregada de normatividades, binarismos e apresenta, de algum modo, o campo da Matemática como um espaço que contribuiu para a manutenção destas ações. Neste interim, problematizamos a narrativa do professor Agenilson acerca de sua percepção sobre gêneros. Ao longo de sua narrativa ele diz: “*Quando se trata de gênero, é um conceito amplo. [...] Na minha humilde concepção, não sei se o gênero está perguntando se a pessoa é masculina ou feminina ou outra coisa... hoje é tudo confuso, cheio de muita coisa que no meu tempo não existia*” (Entrevista Narrativa, 2025).

A narrativa do professor demonstra uma insegurança ou confusão quanto à sua perspectiva do que seja gêneros, que, também está atrelada à dicotomia masculino/feminino, algo que Louro (2014, 2018) denunciou há bastante tempo como sendo uma maneira de operação de normatização dos sujeitos, que são vinculados historicamente a essa divisão. O conceito de gêneros é frequentemente confundido com sexo, sendo reduzido a uma característica individual ou marcador identitário, o que limita a compreensão das relações de gêneros na Educação.

Percebemos na narrativa do professor, que sua perspectiva não reconhece socialmente a fluidez das

identidades de gêneros, as quais podem variar ao longo do tempo e entre diferentes culturas. Butler (2018), pioneira nos estudos filosóficos feministas, ao explorar a performatividade e as configurações do padrão social dos gêneros e das sexualidades, responde e questiona esta binaridade ao desafiar apenas duas categorias de gêneros, além de sinalizar que gêneros é uma invenção elaborada e reforçada cotidianamente através de ações que naturalizam certas constituições e subalternizam e até mesmo exploram outras.

O professor, após ser indagado acerca de seu entendimento sobre sexualidades, narra-o vinculando-o à sua experiência docente:

Em que aspecto você quer que eu lhe responda? É sobre as questões mais voltadas à educação sexual? Bem, hoje vivemos em uma sociedade onde as diversidades têm aumentado de forma até exponencial. Antes, havia masculino e feminino; depois, surgiu o homossexualismo, e agora esse homossexualismo se dividiu em inúmeras facetas (Entrevista Narrativa, 2025).

O professor Agenilson demonstra uma visão limitada acerca das sexualidades, vinculada inclusive a uma perspectiva dos anos 1990, atrelando-as à homossexualidade. Ele utiliza a palavra homossexualismo, atualmente considerada inadequada e pejorativa, pois o sufixo -ismo remete a uma condição patológica. O termo homossexualismo foi retirado da Classificação Internacional de Doenças (CID) da Organização Mundial da Saúde (OMS) na década de 1990. Há 35 anos que a OMS atendeu a pauta para causa do movimento dos direitos de pessoas LGBTQIAPN+³, passando a usar os termos do

3 Lésbicas, gays, bissexuais, trans*, travestis, queers, intersexuais, assexuais, pansexuais, não-binárias e outras identidades de gêneros e sexualidades.

próprio movimento: homossexualidade, o qual descreve a orientação sexual de indivíduos que sentem atração por pessoas do mesmo gênero.

Podemos problematizar que, talvez, a percepção do professor esteja voltada a este termo devido a sua faixa etária, ou ainda, por não ter tido acesso a formações que pudessem lhe esclarecer e/ou auxiliar na compreensão social das relações de gêneros e sexualidades, além do contexto social e cultural em que está inserido, favorecendo para tais afirmações. Mas seria mesmo o fator idade? Seria mesmo o fator falta de conhecimento? Ou ainda, o fator pouco acesso às discussões sobre gêneros e sexualidades?

Sobre o outro ponto que aparece na narrativa do professor é sua sinalização acerca da educação sexual que, para Miranda e Campos (2022, p. 108), “É urgente desmistificar o conceito existente na sociedade brasileira de que a Educação Sexual é o ensino da prática sexual, que desperta curiosidades em crianças e adolescentes, estimulando-os para sua iniciação sexual”. Agenilson não expressou esta ideia, mas é importante frisar que, visões iguais a esta que Miranda e Campos (2022) denunciam distorcem o verdadeiro intuito da educação sexual, que é proporcionar informações adequadas à idade sobre o corpo, relações interpessoais, consentimento e respeito, visando ao desenvolvimento saudável das sexualidades e dos gêneros.

Apesar de ainda muito discutir-se sobre a educação sexual, ampliamos tal perspectiva para *Educação para as Sexualidades* como uma alternativa mais crítica, progressista e atual, tendo em vista sua potencialidade em pensar e problematizar os sujeitos em uma visão social, cultural e política, e não somente biológica. Para Xavier Filha (2018, p. 20) “o termo ‘educação sexual’ passa/passou por desgastes conceituais, possivelmente pela

prática historicamente concebida com fundamentações biológicas, higienistas, moralistas”, o que apenas reforça os estereótipos e dificulta a discussão pretendida. Deste modo, optamos por argumentar que a “perspectiva da educação para a(s) sexualidade(s) pretende refletir sobre discursos naturalizados e sacralizados culturalmente, relativizando-os, pondo-os sob suspeita e vigilância, provocando a dúvida de algumas certezas, permitindo-se novas formas de pensar” (Xavier Filha, 2018, p. 31).

No desenrolar de nossa conversa, questionamos Agenilson sobre seu entendimento sobre as relações de gêneros e sexualidades no ensino de matemática. Queríamos saber se há, na visão dele, alguma conexão, alguma imbricação... Ele expressou o seguinte:

Vou começar pelo início, em 2000, quando entrei na faculdade... Naquela época, éramos um universo de 40 alunos, dos quais seis eram mulheres. Ou seja, ainda é um universo predominantemente masculino e não me lembro de qualquer temática desse tipo nas aulas do curso de Matemática que fiz, então, eu não tenho muito conteúdo sobre essa temática, ainda mais associada à matemática, nem nas minhas aulas. É algo muito novo e que nem vejo outros colegas falando sobre isso ou fazendo algo (Entrevista Narrativa, 2025).

O trecho da narrativa do professor evidencia a persistente desigualdade de gêneros nas áreas de ciências exatas, e talvez sem ele nem saber, nos faz esta denúncia, que aparece na pesquisa de Waise e Esquincalha (2022). Para os autores, a Educação Matemática brasileira ainda apresenta uma predominância masculina, com cerca de 85% dos trabalhos acadêmicos na área sendo de autoria masculina. Esta disparidade reflete não apenas a sub-representação das mulheres, mas também as barreiras estruturais que dificultam o acesso e a permanência delas nesses cursos.

No entendimento de Barbosa (2016), mesmo em contextos educacionais, há uma construção social que favorece o desenvolvimento dos meninos em relação às meninas, em especial no componente curricular matemática, evidenciando um viés de gêneros nas expectativas dos(as) educadores(as). Ainda nesse contexto, realizamos outra pergunta ao professor. Quisemos saber se presenciou alguma discriminação, preconceito, machismo ou sexísmos nas suas aulas de matemática. Se sim, como lidou com isso... Ele nos disse que:

Durante esse período que estou na docência, às vezes, há iniciativas de alunos, não é algo comprovado ou assumido, mas os alunos se conhecem. Por exemplo, “Mariazinha gosta disso e gosta daquilo”. Porém, sempre procuramos focar na aula e não levar esse assunto para discussão na sala, porque tira o foco (Entrevista Narrativa, 2025).

Os enunciados contidos no trecho da narrativa do professor Agenilson traz indícios que podemos associar a um comportamento recorrente de professores(as) que ensinam matemática: a suprema tentativa de manter o foco somente no conteúdo curricular, excluindo temas sociais, como as relações de gêneros e sexualidades, do contexto escolar. Isto está muito atrelado as próprias formações dos cursos de licenciatura em matemática, que não trazem em sua maioria esses debates para as formações iniciais. O próprio professor comprova isso ao afirmar: “*não me lembro de qualquer temática desse tipo nas aulas do curso de Matemática que fiz*”.

Alguns(mas) professores(as), por não saberem lidar com questões que englobam as discussões de gêneros e sexualidades, por motivos diversos: formação pessoal, formação na Licenciatura, questões religiosas ou tantas

outras que não sabemos nomear, e com isso, evitam dialogar sobre esses assuntos em sala de aula. Para Guse e Esquincalha (2024, p. 5) “a formação inicial de matemática não qualifica a pessoa docente da disciplina para o debate sobre o tema, sendo mais confortável para esses ficarem alheios a tais debates”, tendo em vista as constantes repressões, supressões e assombros provocados pelas inúmeras distorções e ataques às constituições de gêneros na sociedade brasileira, principalmente nos últimos anos (Butler, 2024). Estes elementos provocam o silenciamento sobre tais temáticas, sempre voltando a construção do conhecimento a algo técnico e muitas vezes acrítico.

É amplamente reconhecido que os(as) docentes enfrentam desafios significativos ao abordar questões de gêneros e sexualidades no contexto escolar. Esses desafios são particularmente evidentes no ensino da matemática, uma disciplina frequentemente considerada neutra e desvinculada das questões sociais que permeiam o cotidiano dos(as) discentes. Diante desse cenário, é imperativo que as práticas pedagógicas sejam repensadas para promover a inclusão social de todos(as) os(as) estudantes, independentemente de gêneros ou sexualidades. Nesse cenário buscamos saber como o(a) professor(a) abordaria temas sobre gêneros e sexualidades em sala de aula. Sua resposta foi a seguinte: *“Costumo dizer que aqui não temos nenhum tipo de preconceito. Porém, digo aos alunos: vocês têm alguma orientação? Deixem para expressar lá fora, porque aqui pode haver pessoas que gostam ou não gostam, e vamos focar no assunto da aula”* (Entrevista Narrativa, 2025).

A narrativa do Professor Agenilson evidencia uma postura de acrítica que, na prática, pode silenciar discussões essenciais sobre os discursos acerca das relações de gêneros

e sexualidades no educar matemático. Ao sugerir que “tais expressões” sejam deixadas “lá fora”, o docente reforça a ideia de que a sala de aula é um espaço apolítico e neutro, o que pode contribuir para a marginalização de estudantes LGBTQIAPN+ e mulheres, além de perpetuar estereótipos de gêneros e de sexualidades. Sua atitude, não está sendo julgada por nós como adequada ou não, mas estamos sinalizando como ela pode de algum modo contribuir para a reprodução de subalternizações historicamente vistas na Educação e com mais ênfase na matemática.

Guse, Waise e Esquincalha (2020), refletem sobre esta neutralidade do(a) professor(a) de matemática diante de temas sociais como gêneros e sexualidades, e argumentam que

Precisamos romper com o paradigma de neutralidade do conhecimento matemático, principalmente para impedir que esse caráter discriminatório permeie as aulas de matemática. A desconstrução dos enunciados a respeito dessa neutralidade precisa ser ressoada no ambiente escolar a partir de discussões fundamentadas em questões sociais por docentes desta disciplina, questões sociais essas relacionadas à, dentre outras temáticas como justiça social, diversidade de gênero, diversidade sexual e respeito às diferenças (Guse; Waise; Esquincalha, 2020, p. 11).

As relações de gêneros e sexualidades são pouco discutidas nas aulas, em especial nas aulas de matemática, mesmo com o aumento dessas conversas na sociedade brasileira. “Em sala de aula, entretanto, os avanços parecem ser mínimos. A matemática ainda é vista como uma disciplina isenta de qualquer conexão com questões sociopolíticas” (Sousa *et. al.*, 2024, p. 02). Poucos estudos e atividades incluem esse assunto, pois requerem a atenção de professores(as) e pesquisadores(as) que

pensem a matemática a partir da perspectiva crítica. Isso mostra que as conversas estão avançando, mas enfrentam dificuldades, e ainda estão muito vinculadas às perceptivas do ensino apenas voltado para o conteúdo matemático descontextualizado da cultura, da política e da sociedade.

O currículo escolar de matemática no Brasil atualmente é orientado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017). Esse documento define conhecimentos e habilidades fundamentais que devem ser desenvolvidos na Educação Básica, estruturando competências comuns entre as escolas, contudo, houve “a retirada dos termos ‘orientação sexual’ e ‘identidade de gênero’ da versão final da BNCC, o que foi considerado um retrocesso em relação ao texto original, que refletia os avanços das discussões sobre essas questões” (Guse; Waise; Esquincalha, 2020, p. 9). Ao não reconhecer temas transversais, como diversidade e diferença nas relações de gêneros e sexualidades, o documento corrobora com a omissão e silenciamento no discurso das disciplinas ditas exatas, como a matemática. Isso promove comportamentos variados entre os(as) professores(as) que a ensinam, como o do professor Agenilson, que opta pela tal da neutralidade em relação ao tema.

Ainda sobre a prática pedagógica em sala de aula, o professor narrou como desenvolve atividades específicas para promover a igualdade e o respeito entre os gêneros: *“Eu faço assim, por exemplo, ao formular questões, uso nomes genéricos como ‘Maria’ para representar as meninas e ‘Joãozinho’ para representar os meninos. Assim, eu penso que fica melhor”* (Entrevista Narrativa, 2025).

Sua narrativa acima pode nos sugerir alguns estereótipos e intensificar a binaridade dentro da Educação Matemática, ao usar termos como “Maria” e “Joãozinho”,

que remetem a dicotomia feminino/masculino. Essa percepção contribui para uma repetição de representações heteronormativas, apagando a possibilidade de identidades diversas e reforçando associações implícitas entre gêneros e sexualidades, bem como reduzindo tais discussões a uma ideia única de representatividade neutra, para que não ocorra o surgimento destes temas em sala de aula. Isto, talvez seja uma estratégia utilizada pelo professor, para evitar que tais assuntos adentrem em sua sala de aula de matemática, tendo em vista os apontamentos já sinalizados por ele, anteriormente.

Pesquisas como a de Godoy e Santos (2019) e Rosa (2021), mostram que esse tipo de escolha linguística reforça papéis tradicionais, como atribuir características dicotômicas de gêneros. Ao adotar tal metodologia, o professor reforça a dicotomia tradicional de gênero — masculino/menino/homem versus feminino/menina/mulher — baseada em construções binárias historicamente inseridas na escola.

Usando a lupa do discurso na perspectiva foucaultiana (2014), entendemos que os enunciados do professor em sua narrativa não são isolados, mas é um modo de constituir verdades e estabelecer padrões ou não de existências, desse modo, aquilo que se fala, se fala de um lugar, de um tempo, de uma cultura e de relações de poder que são previamente estabelecidas, de acordo com os atravessamentos que de algum modo constituíram as pessoas.

Para Louro (2014) a lógica dicotômica e binária acredita que homens e mulheres são opostos, com um dominante e um dominado. Mas através do processo desconstrutivo, entendemos que o poder é exercido em diferentes direções, de forma capilarizada como já nos disse Foucault (2014). Com isso a pesquisadora ressalta:

A lógica dicotômica carrega essa ideia. Em consequência, essa lógica supõe que a relação masculino-feminino constitui uma oposição entre um polo dominante e outro dominado — e essa seria a única e permanente forma de relação entre os dois elementos (Louro, 2014, p. 33).

Esta é a normatividade vista na narrativa do professor, e no senso comum na maioria dos espaços, reverberando de maneira potente no campo educacional e na matemática, como já denunciado por nós anteriormente. Esta dicotomia baseia-se em uma lógica cultural, histórica e patriarcal de construção da sociedade ocidental e brasileira, que estabelece o homem em uma posição hierárquica de poder, subjugando as mulheres e qualquer pessoa que se aproxime de uma feminilidade.

Pensando sobre estes termos e nestas questões, perguntamos ao docente quais dificuldades ele enfrenta ou já enfrentou ao integrar as temáticas de gêneros e sexualidades na sala de aula de matemática. Vejamos o que o docente narrou: *“Quando os alunos trazem essas questões, procuro apaziguar e não entrar no debate. Digo: Vamos esquecer isso e voltar para a aula, pois é mais importante do que essas coisas. Não tenho muito como colaborar ou ajudar”* (Entrevista Narrativa, 2025).

Para além do apaziguamento e do silêncio, esse tipo de abordagem também impede que os(as) estudantes reconheçam e identifiquem o machismo, o sexismo e a LGBTQIAPN+fobia, não só provocando o silenciamento, como subalternizando tais questões e talvez possibilitando que as violências continuem ocorrendo no espaço escolar, inclusive na sala de aula, brechas em que poderiam ser abordadas e questionadas tais atitudes. Este, como em outros “diversos momentos nos deparamos com situações que sugerem a Matemática como um local de

discriminação” (Silva; Esquincalha, 2025, p. 651) e como um local de neutralidade. Podemos nos questionar, o que leva a isto? A formação inicial e continuada? O campo da matemática? A constituição deste docente em específico? Talvez não tenhamos respostas claras, mas indícios de que todos estes elementos podem contribuir para práticas pedagógicas como esta: o silenciamento.

Com base na narrativa do professor Agenilson, percebemos que, no contexto escolar, a matemática muitas vezes se depara com a aparente neutralidade de docentes, isto leva à problemas políticos e sociais que impedem a discussão sobre gêneros e sexualidades na Educação Matemática. A matemática é vista como neutra, mas isso a torna, na verdade, não neutra, pois ignora a influência social, cultural e econômica que a atravessa e pode reforçar estereótipos e preconceitos, endereçando esta área do conhecimento para o fortalecimento de uns em detrimento de outros. Isso revela um posicionamento político em relação à ciência (Silva; Esquincalha, 2025). A matemática como ciência e componente curricular não está conectada a temas sociais, como violência, racismo e até as relações de gêneros e sexualidades; isso é um grande equívoco, tendo em vista que ao trabalharmos com pessoas, precisamos lembrar, constantemente, que elas são constituídas de diversos marcadores sociais, como gêneros, sexualidades, raças, classes, localização geográfica etc.

A formação inicial é etapa fundamental na carreira de um(a) docente, pois nela constitui-se a base dos conhecimentos, pode despertar os interesses ou mesmo suprimi-los. Neste momento, é que um(a) docente pode encantar-se ou não por determinadas questões. Além disto, adentra-se uma lógica de que a formação docente prepara para tudo, entretanto, entendemos e partimos do pressuposto de que ela apenas instrumentaliza e

permite conhecer superficialmente determinadas situações, permitindo um direcionamento que precisa ser aprofundado com as formações continuadas e (auto) formações. Deste modo, perguntamos para o professor se ele recebeu uma formação durante seu curso de licenciatura sobre as relações de gêneros e sexualidades. Ele respondeu que “Não. Até 2006 não havia essa abordagem na grade curricular. Não sei se foi implantada depois” (Entrevista Narrativa, 2025).

Sua afirmativa acima nos dá indícios de como sua prática pedagógica é permeada somente pela construção social do seu cotidiano – isto não foi objeto de nossa análise – que reverbera em sua prática, e demonstra o modo como ele entende tais construções, como já dissertamos em parágrafos anteriores. Para Silva e Esquincalha (2025, p. 651) “nota-se que muitos são os entraves para tratar das questões de gênero e sexualidades nas escolas. Vemos desafios percorrendo sob o âmbito político e social elaborando um projeto que sustenta a negação do debate sobre tais marcadores”, isto não somente nas escolas, como também nos cursos de formação inicial e continuada de docentes, ainda mais tendo em vista o período de formação do professor Agenilson.

Deste modo, indicamos que muitas das narrativas do docente são carregadas de discursos binários, normativos, dicotômicos, que fazem parte de uma construção discursiva histórica, cultural, social e política de seu contexto, sendo ela fomentada pela falta de formação inicial e continuada que discutem temas sociais, e também pelo silenciamento, pela exclusão destas temáticas e pela suposta neutralidade das ciências exatas. Sendo assim, apesar de suas falas soarem em muitos momentos como preconceituosas, elas não são efeitos do sujeito isolado, mas são polifônicas e revelam uma sociedade, uma escola

e uma Educação Matemática carregada de binaridades e normatividades que ainda silenciam, subalternizam e minimizam estas discussões.

Tomar as narrativas como dispositivos ímpares para a formação docente é um caminho para tentar problematizar atitudes e pensamentos, pois, o ato de narrar produz o mundo, os outros, a própria realidade e o próprio sujeito que narra, permitindo que os(as) narradores(as) construam e deem sentidos para suas histórias de vida e, ao mesmo tempo, realizem um movimento auto(trans)formativo (Passeggi, 2021).

A narrativa é um processo que

realiza, sobre o material indefinido do vivido, um trabalho de homogeneização, ordenação, de funcionalidade significante; reúne, organiza e trata de modo temático os acontecimentos da existência; dá sentido a um vivido multiforme, heterogêneo, polissêmico (Delory-Momberger, 2006, p. 363).

Dessa maneira, é ela

que faz de nós o próprio personagem de nossa vida, é ela enfim que dá uma história à nossa vida: nós não fazemos a narrativa de nossa vida porque nós temos uma história; *nós temos uma história porque nós fazemos a narrativa de nossa vida* (Delory-Momberger, 2006, p. 363).

Por isso, são importantes as múltiplas maneiras de registrar os escritos que fazem a narrativa da vida, uma vez que é ela que possibilita a pesquisadores(as) que a utilizam em suas pesquisas terem acesso ao modo como as pessoas de um espaço-tempo, de uma cultura, de um grupo social biografam sua vida.

4. O SILÊNCIO (POR ORA) FINAL DOS CÁLCULOS

As narrativas do professor Agenilson são sintomáticas de uma formação docente que historicamente negligenciou as dimensões sociais do conhecimento. Para que a Educação Matemática seja, de fato, inclusiva, é urgente romper com o paradigma da neutralidade. A sala de aula de matemática deve deixar de ser apenas o lugar do cálculo para se tornar o lugar do sujeito. A desconstrução de preconceitos e o uso de terminologias adequadas não são pautas externas, mas elementos fundamentais para um ambiente de aprendizagem onde o respeito à diversidade seja a variável principal, e não um resto descartável do currículo.

Elas funcionam como um espelho de uma estrutura educacional que ainda resiste em humanizar as ciências exatas. A trajetória do docente, marcada por uma graduação no início dos anos 2000 onde as mulheres eram apenas 15% da turma, não é apenas um dado biográfico; é a gênese de uma percepção que naturaliza a masculinidade como a face da Matemática. Esse ambiente de formação, historicamente isolado das discussões sociais, produziu uma geração de educadores(as) que enxerga gêneros não como uma categoria de análise, mas como uma variável biológica imutável.

A análise que fazemos revela que o silenciamento das questões de gêneros e sexualidades na sala de aula de matemática não é uma ausência de posição, mas uma postura política de preservação do *status quo*. Ao optar pelo apaziguamento e pela neutralidade, o docente acaba por validar o machismo e a LGBTQIAPN+fobia estruturais, tratando o ambiente escolar como um espaço asséptico onde identidades devem ser deixadas do lado de fora ou escondidas no armário. O uso de terminologias defasadas

e exemplos binários (Joãozinho e Maria) demonstra que, sem uma formação continuada que problematize as relações de poder, a matemática continuará a ser utilizada como ferramenta de normalização dos corpos.

Concluimos que romper com o silêncio das fórmulas exige mais do que apenas a inclusão de nomes diversos em problemas matemáticos; exige a desconstrução do mito da neutralidade científica. É imperativo que as licenciaturas e as políticas de formação em serviço, deixem de omitir as diferenças e as identidades de gêneros e sexualidades. A Educação Matemática deve passar de uma ciência de respostas exatas para uma prática pedagógica de perguntas críticas, em que o respeito às diferenças não seja apenas um ato de cortesia individual, mas um compromisso ético e político com a justiça social. Somente assim a matemática deixará de ser um filtro de exclusão para se tornar um espaço de autoria e pertencimento.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, L. A. L. Masculinidades, feminilidades e educação matemática: análise de gêneros sob ótica discursiva de docentes matemáticos. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 42, n. 03, p. 697-712, jul./set. 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1517-9702201609149400>. Acesso em: 29 jan. 2026.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> Acesso em: 21 mar. 2025.

BRITO, J. J. S.; MOURA, J. F. Narrativas de docentes gays e o currículo de pedagogia: a produção de sentidos

sobre um espaço de transgressão e resistência. **Revista Pesquisa Qualitativa**, [S. l.], v. 13, n. 35, p. 535–561, jul. 2025. Disponível em: <https://editora.sepq.org.br/rpq/article/view/923>. Acesso em: 27 jan. 2026.

BUTLER, J. **Problemas de gênero**: feminismo e subversão da identidade. Tradução de Renato Aguiar. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2018.

BUTLER, J. **Quem tem medo do gênero?** São Paulo: Boitempo, 2024.

CARNEIRO, L. V. W. Pânico moral e ascensão conservadora: A manipulação da “ideologia de gênero” pela extrema-direita brasileira. **COR LGBTQIA+**, [S. l.], v. 1, n. 10, p. 10–23, jan, 2026. Disponível em: <https://revistas.ceeinter.com.br/CORLGBTI/article/view/2456>. Acesso em: 28 jan. 2026.

COUY, L.; GAZIRE, E. S. Formação docente e redução das desigualdades entre homens e mulheres: análise a partir dos currículos de cursos de Licenciatura em Matemática de Minas Gerais. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, Brasília, v. 14, n. 2, p. 1–20, maio/ago. 2024. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/ripem/article/view/3730>. Acesso em: 27 jan. 2026.

DELORY-MOMBERGER, C. Formação e socialização: os ateliês biográficos de projeto. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 32, n. 2, p. 359–371, maio. 2006. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ep/a/GxgXTXCCBkYzdHzbMrbbkpM/?lang=pt>. Acesso em: 29 mar. 2025.

DELORY-MOMBERGER, C. Abordagens metodológicas na pesquisa biográfica. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 17, n. 51, p. 523–740, set./dez. 2012. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbedu/v17n51/02.pdf>. Acesso em: 18 nov. 2015.

FISCHER, R. M. B. Foucault e a análise do discurso em educação. **Cad. Pesqui.**, São Paulo, n. 114, p. 197-223, nov. 2001. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-15742001000300009&lng=pt&nrm=iso. Acesso em: 28 jan. 2026.

FOUCAULT, M. **A ordem do discurso**: aula inaugural no Collège de France, pronunciada em 2 de dezembro de 1970. Tradução de Laura Fraga de Almeida. 24. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2014.

FOUCAULT, M. **As palavras e as coisas**: uma arqueologia das Ciências Humanas. 70. ed. Antônio Ramos Rosa, Biblioteca 70; Edições Almedina, 2022.

GODOY, E. A.; SANTOS, M. R. N. Família e escola: a construção da homofobia no Brasil. **Perspectivas em Diálogo**: Revista de Educação e Sociedade, [S. l.], v. 6, n. 11, p. 41-62, jan./jun. 2019. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/persdia/article/view/7527>. Acesso em: 29 jan. 2026.

GUSE, H. B.; ESQUINCALHA, A. C. Por uma Educação Matemática Desviante das (Cis-hetero) normas: o que dizem as pesquisas envolvendo pessoas LGBTI+?. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 36, n. 74, p. 944-970, set. 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a01>. Acesso em: 27 jan. 2026.

GUSE, H. B.; ESQUINCALHA, A. da C. Quem são es professories que buscam formação em Estudos de Gênero na Educação Matemática? **Perspectivas da Educação Matemática**, [S. l.], v. 17, n. 47, p. 1-26, nov. 2024. DOI: <https://doi.org/10.46312/pem.v17i47.21182>. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/21182>. Acesso em: 29 jan. 2026.

GUSE, H. B.; WAISE, T. S.; ESQUINCALHA, A. C. O

que pensam licenciandos(as) em matemática sobre sua formação para lidar com a diversidade sexual e de gênero em sala de aula? **Revista Baiana de Educação Matemática**, [S. l.], v. 1, n. 1, p. e202012, jan./dez. 2020. Disponível em: <https://www.revistas.uneb.br/baeducmatematica/article/view/9898>. Acesso em: 29 jan. 2026.

LOURO, G. L. **Gênero, sexualidade e educação**: uma perspectiva pós-estruturalista. 16. ed. Petrópolis: Vozes, 2014.

LOURO, G. L. **Um corpo estranho**: ensaios sobre sexualidade e teoria queer. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018.

MIRANDA, J. C.; CAMPOS, I. C. Educação sexual nas escolas: uma necessidade urgente. **Boletim de Conjuntura (BOCA)**, Boa Vista, v. 12, n. 34, p. 108–126, outubro. 2022. Disponível em: <https://revista.ioles.com.br/boca/index.php/revista/article/view/732>. Acesso em: 29 jan. 2026.

MOURA, J. F.; NACARATO, A. M. A entrevista narrativa: dispositivo de produção e análise de dados sobre trajetórias de professoras. **Cadernos de Pesquisa**, São Luís, v. 24, n. 1, p. 15–30, abr. 2017. Disponível em: <https://periodicoseletronicos.ufma.br/index.php/cadernosdepesquisa/article/view/17580>. Acesso em: 27 jan. 2026.

PASSEGGI, M. C. Reflexividade na narrativa e poder auto(trans) formador. **Práx. Educ.**, [S. l.], v. 17, n. 44, p. 93–113, jan./mar. 2021. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?pid=S2178-26792021000100093&script=sci_abstract. Acesso em: 10 set. 2025.

REIS, W. S.; ESQUINCALHA, A. C. Por uma virada sociopolítica: a importância da discussão sobre gêneros e Sexualidades nas aulas e na pesquisa em (Educação)

Matemática. In: ESQUINCALHA, A. da C. (org.). **Estudos de gênero e sexualidades em Educação Matemática**: tensionamentos e possibilidades. v. 25. Brasília: SBEM, 2022. p. 61-82. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/ebook/ebook28.pdf>. Acesso em: 27 jan. 2026.

ROSA, M. Teoria queer, números binários e educação matemática: estranhando a matemática em prol de uma héxis política. **Educação Matemática em Revista-RS**, [S. l.], v. 2, n. 22, p. 70-87, set. 2021. DOI: 10.37001/EMR-RS.v.2.n.22.2021.p.70-87. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/EMR-RS/article/view/2883>. Acesso em: 29 jan. 2026.

SILVA, G. C.; ESQUINCALHA, A. C. Estudos de gênero e sexualidades em educação matemática no brasil: indícios da consolidação de um campo. **Diversidade e Educação**, [S. l.], v. 12, n. 2, p. 645-665, jan. 2025. DOI: <https://doi.org/10.14295/de.v12i2.18161>. Disponível em: <https://periodicos.furg.br/divedu/article/view/18161>. Acesso em: 29 jan. 2026.

SOUSA, J. J. et al. Identidade e poder: reflexões sobre gênero e sexualidade na Educação Matemática a partir da Exploração-Proposição-Resolução Multicontextual Crítica de Problemas. **Perspectivas da Educação Matemática**, [S. l.], v. 17, n. 47, p. 1-21, out. 2024. DOI: <https://doi.org/10.46312/pem.v17i47.21198>. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/21198>. Acesso em: 29 jan. 2026.

XAVIER FILHA, C. Educação para a(s) sexualidade(s): carregar água na peneira? **Diversidade e Educação**, [S. l.], v. 5, n. 2, p. 16-39, mar. 2018. DOI: <https://doi.org/10.14295/de.v5i2.7865>. Disponível em: <https://periodicos.furg.br/divedu/article/view/7865>. Acesso em: 29 jan. 2026.

SOBRE OS AUTORES

Antonio Pablo Sá de Sousa

Licenciado em Pedagogia pela UFMA. Especialista em Coordenação Escolar Educacional, pela FACULDADE DE FOZ IGUAÇU (FFI). Atualmente é professor da rede municipal de Açailândia, na Educação do Campo



Jónata Ferreira de Moura

Doutor em Educação pela Universidade São Francisco/SP. Docente do curso de Pedagogia e do Programa de Pós-Graduação em Educação e Práticas Educativas (PPGEPE) da Universidade Federal do Maranhão-Imperatriz.



John Jamerson da Silva Brito

Doutorando em Educação pela Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Mestre em Educação e Pedagogo pela Universidade Federal do Maranhão (UFMA). Professor do Ensino Fundamental no município de Davinópolis/MA e professor substituto na Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (Uemasul).



A modelagem matemática na matemática aplicada e na educação matemática: algumas considerações

Carla Melli Tambarussi
Murilo Barros Alves

A MODELAGEM MATEMÁTICA NA MATEMÁTICA APLICADA E NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

RESUMO

O artigo tem como foco explicitar alguns entendimentos acerca da Modelagem Matemática na Matemática Aplicada e na Educação Matemática. Esses entendimentos são reflexos do nosso olhar sobre o tema, sobre aquilo que foi se mostrando importante durante o percurso de estudo acerca da temática e, também, sobre o que a literatura das distintas áreas evidenciam sobre a Modelagem Matemática. Para tanto, nos dedicamos a olhar para as publicações vinculadas aos eventos científicos que são significativos, em âmbito nacional, tanto no contexto da Modelagem Matemática na Educação Matemática, como na Matemática Aplicada. O movimento de (re)flexão que realizamos evidenciou, por exemplo, as diferenças entre as áreas, principalmente no que se refere à necessidade de explicitar a compreensão de Modelagem assumida nas investigações realizadas.

Palavras-chave: Possibilidades para a sala de aula; Pesquisa.

MATHEMATICAL MODELING IN APPLIED MATHEMATICS AND IN MATHEMATICS EDUCATION: SOME CONSIDERATIONS

ABSTRACT

The article aims to make explicit some understandings regarding Mathematical Modeling in Applied Mathematics and in Mathematics Education. These understandings reflect our perspective on the theme, on what has revealed itself as important throughout the course of study on the subject, and also on what the literature in the different fields highlights about Mathematical Modeling. To this end, we devoted ourselves to examining publications associated with scientific events that are nationally significant, both in the context of Mathematical Modeling in Mathematics Education and in Applied Mathematics. The movement of (re)reflection we undertook revealed, for example, differences between the fields, especially with regard to the need to make explicit the understanding of Modeling adopted in the investigations conducted.

Keywords: Possibilities for the classroom; Research.

1 INTRODUÇÃO

A Modelagem Matemática¹ na Educação Matemática é uma área de pesquisa que vem crescendo nos últimos anos. Isso fica evidente, por exemplo, quando olhamos para os eventos científicos da área e constatamos que ela se faz presente no Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática (EPMEM); no Eixo temático do Encontro Paulista de Educação Matemática (EPEM); na Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM); no Grupo de Trabalho 10 do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM); no Eixo Temático do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM); no Grupo de Estudo temático do Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME).

Essa força indica que a comunidade de pesquisadores de Modelagem Matemática na Educação Matemática tem se dedicado a discutir e a re-fletir sobre aspectos que se mostram importantes para o desenvolvimento da MM, seja na Educação Básica, seja no Ensino Superior e em situações vinculadas, particularmente, à pesquisa científica.

Levando em consideração essa força da MM, é recorrente discussões sobre o que é a Modelagem Matemática na Educação Matemática. Ressaltamos que essas discussões não são inéditas e já foram abordadas em trabalhos, como a dissertação de Anastacio (1990) e a tese de Klüber (2012) que se dedicaram a dizer “o que é a Modelagem Matemática”, onde o verbo *ser* indica *movimento de ser*, assumindo a visão fenomenológica heideggeriana. Portanto, não buscam por uma definição

¹ Em alguns momentos do texto podemos usar apenas Modelagem ou MM.

estática de MM, mas perseguem compreensões de seu *modo de ser* que se mostra em movimento.

Junto a esses trabalhos, o texto, aqui apresentado, busca explicitar alguns entendimentos acerca da Modelagem Matemática, tendo em vista o que se evidenciou ao focarmos dois eventos que tratam da temática: um da Matemática Aplicada e outro da Educação Matemática.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA NA MATEMÁTICA APLICADA

Ao nos referirmos à Modelagem Matemática é fundamental mencionar que ela – que, no dicionário da língua portuguesa, é sinônimo de ato ou resultado de modelar, moldação, moldagem, modelação (Houaiss, 2017, s.p) - no início do século XX, de acordo com Biembengut (2009), mostra-se presente na literatura de áreas como Engenharia e Ciências Econômicas, enquanto uma possibilidade para descrever, modelar e resolver situações da *realidade*. É desse contexto, isto é, das aplicações² da Matemática praticada, por exemplo, por matemáticos, por engenheiros, por biólogos que a Modelagem Matemática é proveniente (Bassanezi, 2002; Bean, 2001; Meyer; Caldeira; Malheiros, 2011).

Nesse contexto, buscando compreender o que a

2 A matemática aplicada é, essencialmente, interdisciplinar e sua atividade consiste em tornar aplicável alguma estrutura matemática fora do seu campo estrito; a modelagem, por sua vez, é um instrumento indispensável da Matemática Aplicada. A construção matemática pode ser entendida, neste contexto, como uma atividade em busca de sintetizar ideias concebidas a partir de situações empíricas que estão quase sempre, escondidas num emaranhado de variáveis. Fazer matemática, nesta perspectiva, é aliar, de maneira equilibrada, a abstração e a formalização não perdendo de vista a fonte originária do processo (Bassanezi, 1999, p. 13). [...] A Matemática Aplicada pode ser considerada como a arte de aplicar matemática a situações problemáticas, usando como processo comum a modelagem matemática. É esse elo com as ciências que distingue o matemático aplicado do matemático puro. A diferença consiste, essencialmente, na atitude de pensar e fazer matemática (Bassanezi, 2002, p. 32).

literatura apresenta sobre a Modelagem Matemática na Matemática Aplicada, optamos por olhar para pesquisas publicadas em um evento científico importante da área. O evento elencado foi o Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (CNMAC), pois se trata do principal evento da Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional (SBMAC). Ao analisarmos os anais³, vimos que as publicações estão subdivididas por eixos de trabalho⁴; dentre os quais, há um denominado de *Modelagem Matemática e Aplicações*.

Para o levantamento a que nos propomos fazer, olhamos para os anais das duas últimas edições do evento, por serem os mais atuais. Quantitativamente, tivemos acesso aos 52 textos, publicados na edição de 2010 e 54 textos publicados na edição de 2012.

Ao estudarmos os textos publicados no CNMAC, vimos que eles não apresentam um subitem específico sobre Modelagem Matemática, o que, de modo geral, é recorrente nos textos que tratam de MM na Educação Matemática. Na ausência do subitem, buscamos, em cada um dos textos, a palavra Modelagem.

O resultado da busca efetuada nos causou certa inquietação, pois mesmo os trabalhos estando vinculados ao eixo de Modelagem Matemática e Aplicações, em 48 deles, a palavra Modelagem não é mencionada. Em outros textos, emergem os termos: Modelagem hidrodinâmica; Modelagem ambiental; Modelagem numérica; Modelagem

3 Disponível em: http://www.sbmec.org.br/publi_cnmac/index.php. Acesso em: 10 de maio de 2019.

4 1) Análise e Aplicações; 2) Biomatemática; 3) Computação Científica; 4) Computação Gráfica; 5) Controle e Teoria de Sistemas; 6) Matemática Aplicada à Economia e Finanças; 7) Matemática Aplicada à Engenharia; 8) Matemática Aplicada à Física; 9) Matemática Discreta; 10) Mecânica dos Fluidos e Aplicações; 11) Métodos Estocásticos e Estatístico; 12) Métodos Numéricos e Aplicações; 13) Modelagem Matemática e Aplicações; 14) Otimização; 15) Problemas Inversos; 16) Processamento de Sinais e 17) Ensino.

computacional; Modelagem de curvatura; Modelagem cinética; Modelagem microscópica; Modelagem Fuzzy; Modelagem de fenômenos biológicos; Modelagem dos sistemas; Modelagem do problema. Já em 33 textos, as palavras Modelagem e/ou Modelagem Matemática aparecem no título, palavras-chave e/ou referências.

Buscando compreender o que os autores explicitam por Modelagem Matemática no contexto da Matemática Aplicada, tomamos os textos em que as palavras Modelagem e/ou Modelagem Matemática são citadas e os apresentamos nos quadros seguintes.

Quadro 1: Trechos que citam a palavra Modelagem e/ou Modelagem Matemática – CNMAC 2010

EDIÇÃO CNMAC 2010	
TEXTO 10 ⁵	A pirólise do etano é de grande utilização na indústria petroquímica para produzir o etileno. Este processo é complexo e a sua <i>modelagem matemática</i> é um problema bastante atual. Neste trabalho foi elaborado um modelo para descrever o processo de pirólise em forno tubular. O modelo matemático é baseado no esquema do reator de deslocamento ideal e considera a decomposição do etano por mecanismo das reações elementares, a transferência de calor ao meio reagente e a queda da pressão pela resistência hidrodinâmica. (p. 302).
TEXTO 12 ⁶	Neste trabalho apresentamos uma solução do problema de Riemann associado a um sistema de duas leis de conservação proveniente da <i>modelagem matemática</i> de um escoamento trifásico num meio poroso. (p. 535) O procedimento padrão, para a <i>modelagem matemática</i> de um escoamento deste tipo consiste em adotar várias simplificações físicas, entre as quais, a omissão das forças capilares entre as fases e da gravidade, a omissão da compressibilidade das fases e a suposição de o meio possuir porosidade constante, e considerar as leis de conservação de massa para cada fase juntamente com a lei de força de Darcy também para cada fase e assim obter o seguinte sistema de leis de conservação (p. 535)

5 SPILIMBERGO, A.P.; KRIOUKOV, V. G.; FAFURIN, A. V. Modelagem Matemática da Pirólise do etano em Planta Industrial. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23., 2010, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 297-303.

6 BARROS, L. M.; SOUZA, A. J. O problema de Riemann para um modelo matemático de um escoamento trifásico com dados de injeção água-gás e dados de produção gás-óleo. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL,

TEXTO 18 ⁷	Este trabalho, através da <i>modelagem matemática</i> , usa de métodos e modelos que futuramente podem ser considerados ferramentas importantes na elaboração de projetos, tanto na construção, quanto na restauração de pavimentos. Com o propósito de conhecer o comportamento da transferência de calor no revestimento de pavimentos flexíveis, considerando a variação sazonal de temperatura, serão verificadas as respostas estruturais das diferentes camadas submetidas ao carregamento de veículos rodoviários. (p. 942)
TEXTO 27 ⁸	O presente artigo descreve o processo de <i>modelagem</i> dinâmica de um veículo subaquático do tipo ROV (Remotely Operated Vehicle), considerando a inclusão da dinâmica do cabo umbilical. (p.1006)
TEXTO 29 ⁹	Desta forma, este trabalho tem como objetivo principal mostrar uma <i>modelagem matemática</i> e computacional para um FBR tubular que demonstre com fidelidade o comportamento de um cultivo de microalgas. O modelo matemático consiste na equação de conservação de energia para o cálculo da temperatura na parede do FBR e no fluido (meio de cultivo) que escoia pelos tubos, equações que obedecem a Lei de Lambert-Beer para o cálculo da quantidade de luminosidade dentro dos tubos, equação de conservação de espécies juntamente com a equação da cinética do crescimento das microalgas em função da temperatura e luminosidade. (p. 1093)
TEXTO 30 ¹⁰	Este trabalho trata-se da modelagem matemática e da simulação computacional dos efeitos da não linearidade de folga no acionamento de uma transmissão tipo fuso em juntas prismáticas.

23, 2010, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 535-542.

7 BLASS, L.; SPECHT, L. P.; BORGES, P. A. P.; Análise de degradação de pavimentos flexíveis considerando a variação sazonal de temperatura. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23., 2010, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 942-943.

8 ROCHA, I. B. P.; PEREIRA, A. E. L.; GOMES, S. C. P. Modelagem de um ROV Incluindo a Dinâmica de um Cabo Umbilical. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23, 2010, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 1006-1007.

9 RIBEIRO; R. L.; VARGAS, J. C. Modelagem Matemática e Computacional para Fotobiorreatores Tubulares que Cultivam Microalgas. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23, 2010, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 1093-1094.

10 MENUZZI, O. et al. Modelagem matemática e simulação computacional de transmissões mecânicas por fuso em juntas prismáticas com a não linearidade de folga. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL,

TEXTO 31 ¹¹	Este trabalho trata da <i>modelagem matemática</i> de um sistema de atuação com hidráulica proporcional aplicado numa bancada para ensaios de estruturas mecânicas do tipo pórtico, além de sua simulação computacional. (p. 956) O objetivo deste trabalho é a <i>modelagem matemática</i> deste atuador hidráulico composto de um cilindro diferencial e uma válvula proporcional de controle direcional, simulando as forças de carregamento desejadas e analisando os resultados da simulação computacional. (p. 956)
TEXTO 32 ¹²	O estudo de epidemias de doenças infecciosas tem origem bastante antiga. No caso da dengue, visto a complexidade de fatores inerentes à transmissão do vírus e consequente contaminação do homem, diversos pesquisadores têm recorrido à <i>modelagem matemática</i> na tentativa de obter maior entendimento dos processos e variáveis envolvidos e com isso melhorar os programas de combate à doença bem como obter progressos ao lidar com aspectos sintomáticos numa possível infecção. (p. 1122)
TEXTO 40 ¹³	A <i>modelagem matemática</i> não é um ramo unicamente determinado. É necessário expressar realidade por meio da matemática e depois interpretar se as expressões matemáticas obtidas retratam o problema real inicial como um todo ou em partes. Embora o modelo apresente uma Boa resposta, como trabalho futuro, ele poderá ser melhorado utilizando a teoria das Equações Diferenciais adaptando os dados ao modelo de Von Bertalanffy, generalizado para aves. (p. 949)
TEXTO 44 ¹⁴	Com o aumento de carros nas ruas, o problema do tráfego se torna um problema global que para ser resolvido envolve estudo e planejamento. A <i>modelagem matemática</i> do fluxo do tráfego de veículos vem como auxílio para estes problemas. (p. 827)

23, 2010, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 882-883.

11 FRACARO, A. R.; RASIA, L. A.; VALDIERO, A. C. Modelagem matemática e simulação computacional do acionamento hidráulico de uma bancada de ensaio de pórticos. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23, 2010, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 956-957.

12 MASSAHUD, R. A. T.; PAIXÃO, C. A.; CHARRET, I. da C. Modelo de propagação de epidemia usando autômatos celulares. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23, 2010, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 1122-1123.

13 VIEZEL, C.; PAULO, G. S. de. A modelagem matemática do tempo ideal de abate de perus. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23, 2010, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 948-949

14 ONÓRIO, A. L. Modelagem Matemática do fluxo de tráfego veicular. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23, 2010, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 827-828.

TEXTO 46 ¹⁵	Este trabalho trata da <i>modelagem matemática</i> e da simulação computacional da não linearidade devido à folga (backlash) presente em transmissões mecânicas do tipo trens de engrenagens, comuns no acionamento das juntas rotativas de manipuladores robóticos do tipo. (p. 958) Na <i>modelagem matemática</i> do problema são utilizadas duas equações diferenciais ordinárias de segunda ordem que regem a dinâmica de um trem de engrenagem no acionamento de uma junta rotativa. (p. 959)
TEXTO 49 ¹⁶	A <i>modelagem</i> do crescimento de um tumor avascular é o primeiro passo em direção à construção de modelos de tumores totalmente vascularizados. (p. 1127)

Fonte: Tambarussi (2021)

Quadro 2: Trechos que citam a palavra Modelagem e/ou Modelagem Matemática – CNMAC 2012

EDIÇÃO CNMAC 2012	
TEXTO 1 ¹⁷	Devido aos erros experimentais e de <i>modelagem</i> não devemos esperar que nosso sistema linear tenha uma solução matemática exata, portanto encontraremos uma solução “aproximada” para o sistema. (p. 178)
TEXTO 6 ¹⁸	A <i>Modelagem Matemática</i> do processo de secagem de grãos de soja tem grande importância para a simulação do funcionamento dos secadores modernos, uma vez que grandes volumes de soja são produzidos e conduzidos ao processo de secagem que propiciam a conservação do produto, evitando perdas do mesmo e, logo, trazendo economias relevantes. (p. 221)

15 PADOIN, E.; MENUZZI, O.; VALDIERO, A. C. Modelagem Matemática e simulação computacional da dinâmica de uma junta do robô SCARA com a não linearidade de folga. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23., 2010, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2010. p. 958-959.

16 AVILA, J. A. J.; RODRIGUES, D. A. Solução numérica do crescimento de tumores avasculares infiltrativos. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23., 2010, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2010. p. 1126-1127.

17. BARBOSA, L. M.; CÂMARA, M. A. Reconstrução Algébrica e Tomografia Computadorizada. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24., 2012, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2012. p. 177-178.

18. TRINDADE, M. et al. Simulação da dinâmica da secagem de soja em camada fina. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24., 2012, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2012. p. 221-222.

TEXTO 12 ¹⁹	Desde a antiguidade, o homem tenta representar sistemas e fenômenos físicos observados através de modelos matemáticos, com o intuito de ajudar na necessidade do entendimento de sua dinâmica e assim resolver problemas relacionados aos mesmos. Até então, a física do processo era utilizada como referência na <i>modelagem matemática</i> dos sistemas, ocorrendo mudanças nos últimos anos pela necessidade de desenvolver modelos matemáticos a partir de dados observados, consequentemente dividindo a modelagem matemática em duas vertentes: a modelagem fenomenológica, ou modelagem baseada na física do processo; e a modelagem empírica, ou identificação de sistemas. (p. 328)
TEXTO 17 ²⁰	Produtividades potenciais podem ser estimadas por meio da técnica de <i>modelagem</i> , assim, o emprego de análises de regressão polinomial, permite estabelecer uma relação funcional entre uma variável dependente (neste caso, o RG, PH e MMG), e outra de caráter independente (doses de N) de interesse na pesquisa. (p. 419)
TEXTO 19 ²¹	O presente trabalho tem por objetivo a <i>modelagem matemática</i> do comportamento de trigos classe industrial pão (BRS Guamirim) e melhorador (Fundacep Nova Era) sobre o efeito de doses de nitrogênio (N) em variáveis ligadas a produção de grãos envolvendo dois sistemas de cultivo com rápida e lenta liberação de N residual. (p. 448)
TEXTO 21 ²²	Neste trabalho apresentamos novos modelos reduzidos para a <i>modelagem</i> de ondas internas longas, fracamente não lineares se propagando ao longo da interface entre dois fluidos imiscíveis, invíscidos e irrotacionais. (p. 462)

19. MESQUITA, B. D. R. de; BARROS, R. A. de.; PINTO, J. A. C. Modelagem no tempo discreto para uma planta de fluxo utilizando algoritmos recursivos. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24., 2012, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2012. p. 328-329.

20. MANTAI, R. D.et al. Equações polinomiais na eficiência técnica e econômica de produção da aveia branca nos sistemas de cultivo do noroeste do RS. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24., 2012, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2012. p. 419-420.

21. COSTA, J. S. P. et al. Modelagem Matemática para estimativa da máxima eficiência técnica e econômica na produção de trigo com interface às doses de adubação nitrogenada e sistemas de cultivo. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24., 2012, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2012. p. 448-449.

22. VIGO, D. G. A.; C. G. E. C. Modelagem numérica da propagação de ondas internas. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24, 2012, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2012, p. 461-462.

TEXTO 26 ²³	O presente trabalho trata da <i>Modelagem Matemática</i> da Trasfega do Vinho, incluindo-se neste estudo a identificação experimental da perda de carga da vazão durante o escoamento e ainda a validação experimental do modelo ajustado a essa não linearidade. (p. 34) <i>A Modelagem Matemática</i> , uma das áreas de maior foco nas pesquisas atuais ligadas a área da Matemática, assume importante lugar na busca por aperfeiçoamentos no que se refere à Enologia, uma das principais atividades produtivas da Serra Gaúcha. (Idem)
TEXTO 28 ²⁴	Além disso, instrumentos de medidas convencionais não funcionam adequadamente abaixo de algumas velocidades críticas e as tradicionais técnicas de <i>modelagem</i> são inadequadas para trabalhar em condições de ventos fracos. (p. 578)
TEXTO 39 ²⁵	A descrição da migração dos nêutrons no interior de um meio material com a probabilidade de interação com os núcleos dos átomos deste meio constitui a <i>modelagem</i> física do fenômeno de transporte de nêutrons. (p. 898) E para fazermos esta <i>modelagem</i> , utilizamos a equação linear de transporte de nêutrons, que devido à complexidade inerente à sua resolução, desenvolvemos neste trabalho um método sintético, i.e., que utiliza aproximações de mais baixa ordem para simplificar parte do problema, e resolver analiticamente um modelo simplificado da equação de transporte. (p. 898)
TEXTO 41 ²⁶	Desde a antiguidade, o homem tem procurado descrever matematicamente sistemas reais para entendê-los e, assim, resolver problemas relacionados a eles. Apesar do desenvolvimento de novas técnicas de <i>modelagem</i> , o antigo desafio de representar um sistema real usando um análogo matemático parece permanecer inalterado (p. 960)

Fonte: Tambarussi (2021)

23. CIMADON, E. et al. Validação experimental do modelo da trasfega do vinho. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24, 2012, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2012, p. 34-35.

24. SILVEIRA, V. C. da. et al. Simulação tridimensional da dispersão de poluentes na camada limite atmosférica em condições de vento fraco. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24, 2012, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2012, p. 578-579.

25. MANSUR, R. S.; BARROS, R. C. Solução analítica da equação unidimensional de transporte de nêutrons monoenergéticos com espalhamento linearmente anisotrópico com aproximação sintética de difusão. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24, 2012, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2012, p. 898-904.

26. SANTOS, E. C.; ARAÚJO, R. de B. Discretização e estimação de parâmetros de um sistema de 1ª ordem utilizando estimadores recursivos. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24, 2012, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: SBMAC, 2012, p. 960-961.

Ressalta-se, dos trechos apresentados nos quadros 1 e 2, que os autores não adotam um referencial ao falarem sobre Modelagem Matemática na Matemática Aplicada. Além disso, não explicitam o que entendem por Modelagem. Chama-nos a atenção, no entanto, uma afirmação do texto 40, expressa, em nosso entendimento, aquilo que os demais textos, de modo geral, compreendem sobre a MM na Matemática Aplicada: “A *modelagem matemática* não é um ramo unicamente determinado. É necessário expressar a *realidade por meio da matemática* e depois interpretar se as expressões matemáticas obtidas retratam o problema real inicial como um todo ou em partes” (grifos nosso).

Ressaltamos que, ao destacarmos que esses textos não explicitam, em nível teórico, uma compreensão acerca do que é a Modelagem Matemática, não estamos fazendo uma crítica a esses autores e aos seus respectivos textos, mas apresentando características que são próprias desses trabalhos. Características que indicam que a exposição do que compreendem por Modelagem, não se configura como algo importante para essas investigações.

Ainda buscando compreender aspectos concernentes à Modelagem Matemática na Matemática Aplicada, passamos ao estudo de alguns textos que abordam a temática. Nesse contexto, Javaroni (2007, p. 26), afirma que a Modelagem Matemática foca em eventos que descrevem situações da *realidade*, como “[...] nos processos de mecanismos de controle de dinâmica populacional, de epidemiologias, de processos neurológicos [...]”. Alguns desses eventos conquistaram maior destaque como é o caso, por exemplo, dos modelos de crescimento populacional: Malthus e Vershulst e do modelo SIR, desenvolvido por Pasteur e Kock para o estudo da propagação de doenças transmissíveis (Sossae; Meyer, 2006).

Esses autores afirmam que “[...] a modelagem matemática [...] corresponde àquelas atividades que levam à formulação e ao uso de um modelo matemático adequado para o estudo, à compreensão ou à resolução de um problema [como o crescimento populacional]. Ou, ainda, à reformulação do modelo” (Sossae; Meyer, 2006, p. 150, inserção nossa). Com uma compreensão semelhante à exposta, Bassanezi (2002, p. 24, grifo nosso) apresenta a Modelagem Matemática como:

[...] um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da *realidade* em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

Para que esse processo dinâmico, no qual o foco está em transformar problemas da *realidade* em problemas matemáticos, seja eficiente²⁷ em termos de resultados matemáticos, deve-se levar em consideração que “[...] estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele” (Bassanezi, 2002, p. 24, grifo do autor). Ao corroborar o fato de que ao trabalhar com MM considera-se que essa atividade se dá com *aproximações e representações*, Negrelli (2008, p. 36-37) afirma:

27 Que é capaz de produzir um efeito passível de confirmação. [...] Que traz proveito, vantagem; proveitoso, útil, válido (Dicionário Michaelis). [...] Correspondência ou adequação de um instrumento à sua função ou de uma pessoa à sua tarefa (Abbagnano, 2007, p. 307).

[...] ao utilizarmos uma representação para a órbita dos planetas do sistema solar podemos adotar uma órbita circular, o que nos permite estudar o movimento desses astros em um determinado contorno. No entanto, a simplificação da órbita de modo a considerá-la circular é algo externo ao que de fato ocorre, mas nos permite estudar os fenômenos com certa aproximação.

Henry Pollak, um dos pioneiros da área, acrescenta que, na Modelagem Matemática na Matemática Aplicada,

First thing you do is to identify something in the real world that you want to know or to do or to understand so the result at the end of step one is a question in the real world. Then we select particular objects within that question that seem important to the real world question and we identify the relations among them. So at this stage we have identified key concepts in the real world situation. Three - we then decide what we will keep and what we'll ignore about the objects and their interrelations. You simply cannot take everything into account. And the result then is an idealized version of the original question. Then, once we have this idealized version, we translate it into mathematical terms and we obtain a mathematical formulation of this idealized question (Pollak, 2007, p. 111).²⁸

O explicitado no item evidencia características e compreensões sobre a Modelagem Matemática

28 A primeira coisa que você faz é identificar algo no mundo real que você deseja saber, fazer ou entender, para que o resultado no final do primeiro passo seja uma pergunta do mundo real. Em seguida, selecionamos objetos específicos dentro dessa pergunta que parecem importantes para a questão do mundo real e identificamos as relações entre eles. Portanto, nesta fase, identificamos conceitos-chave na situação do mundo real. Três – então decidimos o que manteremos e o que ignoraremos sobre os objetos e suas inter-relações. Você simplesmente não pode levar tudo em consideração. E o resultado é uma versão idealizada da pergunta original. Então, uma vez que tenhamos essa versão idealizada, traduzi-la-emos em termos matemáticos e obteremos uma formulação matemática dessa questão idealizada (tradução nossa).

na Matemática Aplicada. As características indicam que, enquanto área de pesquisa, não há preocupação, nos textos analisados, de discorrer sobre *o que é* a Modelagem Matemática. Parece haver o entendimento de que a Modelagem é uma ferramenta para dar conta de determinada situação. No que se refere às compreensões trazidas por autores da área, destaca-se a preocupação em indicar modos de *fazer* Modelagem Matemática e o que se revela quando se trabalha com ela.

No próximo item, apresentamos aspectos concernentes à Modelagem Matemática na Educação Matemática.

3. MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática na Educação Matemática em âmbito internacional acontece “em especial, nos anos de 1960, com um movimento chamado “utilitarista”, definido como aplicação prática dos conhecimentos matemáticos para a ciência e a sociedade que impulsionou a formação de grupos de pesquisadores sobre o tema” (Biembengut, 2009, p. 8, grifo da autora).

Ressalta-se que esse movimento, segundo a mesma autora, influenciou o Brasil quase que ao mesmo tempo, haja vista a participação de brasileiros na comunidade internacional de Educação Matemática. Em âmbito nacional há uma diversidade de compreensões acerca da MM e isso parece não ocorrer apenas no contexto brasileiro, uma vez que autores internacionais como Kaiser e Sriraman (2006) corroboram a afirmação da existência de uma pluralidade de *perspectivas* a respeito de Modelagem Matemática na Educação Matemática.

As *perspectivas*, apresentadas por Kaiser e Sriraman (2006), foram destacadas ao considerarem a literatura presente em atividades da Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI)²⁹ e da Comunidade Internacional de Professores de Modelagem e Aplicação (ICTMA)³⁰ e estão expostas no quadro 3.

Quadro 3: Perspectivas de MM na Educação Matemática

Nome da perspectiva	Principais objetivos
Realista ou Modelagem aplicada	Objetivos utilitário-pragmáticos, ou seja: busca resolver problemas do mundo real
Modelagem Contextual	Assuntos relacionados e psicológicos. Busca resolver problemas escritos
Modelagem Educacional diferenciada em: a) Modelagem Didática b) Modelagem Conceitual	Objetivos pedagógicos e assuntos relacionados: a) Estruturação e promoção dos processos de aprendizagem b) Introdução e desenvolvimento de conceitos
Modelagem sociocrítica	Objetivos pedagógicos como a compreensão crítica do mundo
Modelagem epistemológica ou teórica	Objetivos orientados pela teoria, ou seja, promoção de desenvolvimento teórico
Modelagem cognitiva	Objetivos de pesquisa: análise dos processos cognitivos ocorrendo durante a modelagem e o entendimento desses processos Objetivos psicológicos: desenvolvimento de processos de pensamento matemáticos usando modelos como imagens mentais, imagens físicas ou enfatizando a modelagem como processo mental, como abstração ou generalização

Fonte: Adaptado de Kaiser e Sriraman (2006)

²⁹ <https://www.mathunion.org/icmi>

³⁰ <http://www.sbem.com.br/gt10/ictma.html>

Ao tomarmos a classificação, organizada por Kaiser e Sriraman (2006), fica evidente o leque de possibilidades da Modelagem na Educação Matemática, abrangendo, por exemplo, *perspectivas* influenciadas pela MM na Matemática Aplicada, e aquelas voltadas à Modelagem sociocrítica.

Sobre a primeira, os autores afirmam que ela tem como característica os problemas da indústria e da ciência. Nesse contexto, a MM é compreendida como uma atividade para solucionar problemas *reais* e não como desenvolvimento de teorias matemáticas. Kaiser e Schwarz (2010, p. 53, tradução nossa) reforçam esse argumento, ao afirmarem que essa *perspectiva* “[...] coloca a resolução de problemas³¹ do mundo real, a compreensão do mundo real e o desenvolvimento de competências de modelagem em primeiro plano³²”.

No que se refere à Modelagem sociocrítica, Kaiser e Sriraman (2006) mencionam que ela busca enfatizar o papel da Matemática na sociedade. Nessa perspectiva, destaca-se, também, a diferenciação entre a Modelagem Matemática quando trabalhada por modeladores profissionais e as atividades de Modelagem realizadas na escola, uma vez que o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos é parte indispensável do processo de Modelagem, quando tomado no contexto da Educação Matemática.

31 Um dos problemas apresentados pelos autores: “A empresa Gardena oferece, para a irrigação automática de jardins, as chamadas bombas de irrigação (em alemão, denominada “Turbinen-Versenkregler”, abreviado TVR), que pode irrigar setores circulares em um ângulo entre 5 e 360 graus com raio de 2 a 12 metros. No planejamento, precisa-se ser considerado, por um lado, a área irrigada do jardim. Por outro lado, o sistema de irrigação produz custos e, portanto, o número de dispositivos deve ser o mais baixo possível. A tarefa consisti em encontrar o arranjo ideal de dispositivos de irrigação, dependendo da forma do jardim e das áreas que não precisam de ser irrigadas” (Kayser; Schwarz, 2010, p. 57, tradução nossa).

32 [...] puts the solving of real world problems, the understanding of the real world and the promotion of modelling competencies in the foreground.

No contexto da Educação Matemática brasileira, a Modelagem Matemática

[...] visando principalmente a Educação Básica, inicia em 1985, com as primeiras ideias lançadas aos professores deste nível de ensino. A trajetória é marcada e balizada pelas perguntas: como ensinar a Matemática de forma a favorecer a aprendizagem dos estudantes? Como dar mais sentido e significado ao ensino da Matemática? Dessa forma, o percurso começa com as referências existentes da Modelagem Matemática, originária da Matemática Aplicada (Burak, 2017, p. 15-16).

Ressalta-se que esse movimento da Modelagem na Educação Matemática, ganha força com o auxílio de diversos professores e pesquisadores, dentre os quais, Biembengut (2009) destaca: Aristides C. Barreto, Ubiratan D' Ambrosio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Meyer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani. Segundo a autora, “[...] Graças a esses precursores, discussões desde *como se faz* um modelo matemático e como se ensina matemática [...] permitiram emergir a linha de pesquisa de *modelagem matemática no ensino brasileiro*” (Biembengut, 2009, p. 8, grifos da autora).

Essas discussões, palestras ministradas, aliadas à orientação de dissertações e de teses, impulsionaram a divulgação e a possível implementação da Modelagem Matemática na educação brasileira. Desde esse movimento inicial de divulgação, a autora destaca a presença de distintas compreensões de Modelagem no âmbito da Educação Matemática que possibilitaram, por sua vez, novas compreensões.

[...] Mesmo conhecendo modelagem matemática, ao utilizarem-na como estratégia de ensino de matemática suas concepções diferenciaram-se.

E ao divulgarem suas experiências e propostas em eventos, expressaram suas concepções em geral, das experiências que deram certo, dos bons resultados. Por consequência, instigaram em vários participantes novos entendimentos, concepções e tendências de modelagem (Biembengut, 2009, p. 12-13).

Essa variedade de modos de se compreender a Modelagem decorre, segundo Bean (2001), da dificuldade de adaptar o método científico da Modelagem Matemática, praticada no campo da Matemática Aplicada (onde atua o matemático profissional) ao campo das práticas pedagógicas, onde atua o professor de matemática.

Para além das explicitações feitas, optamos por, assim como o realizado para a MM na Matemática Aplicada, efetuar um levantamento de textos publicados nos anais da VI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM), por ela ser o principal evento da área em âmbito nacional.

Do quantitativo de 287 trabalhos, foram mencionadas compreensões de MM em 219 trabalhos. Dentre essas menções, os autores mais citados foram: 1) Lourdes Maria Werle de Almeida, 2) Jonei Cerqueira Barbosa; 3) Jussara de Loiola Araújo; 4) Rodney Carlos Bassanezi³³; 5) Dionísio Burak; 6) Ademir Donizeti Caldeira; 7) Maria Salett Biembengut e 8) Maria Isaura de Albuquerque Chaves (Tambarussi, 2021).

A primeira autora, *Lourdes Maria Werle de Almeida*, compreende a Modelagem Matemática na Educação

33 A compreensão de Modelagem Matemática do autor já foi apresentada no tópico: Modelagem Matemática na Matemática Aplicada. No entanto, quando tomada no âmbito do ensino, ela é “apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Com a modelagem o processo de ensino-aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com seu ambiente natural” (Bassanezi, 2002, p. 38).

Matemática como uma “[...] Alternativa pedagógica³⁴ na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente matemática” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 22).

Nessa compreensão, assim como na MM no âmbito da Modelagem Aplicada, cita-se a obtenção do modelo matemático como um dos aspectos das atividades de MM:

[...] uma atividade de Modelagem Matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final (Almeida; Silva; Vertuan 2012, p.12).

Desta citação, ao tomarmos a frase: “conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final”, podemos indagar como esse *‘passar’* se dá, isto é, de que modo os alunos, ao desenvolverem uma atividade de MM no âmbito dessa compreensão, avançam da situação inicial para a situação final.

Entendemos que, ao explicitar esse aspecto, a autora apresenta o que, na sua compreensão, seriam possíveis ações a serem realizadas pelos alunos em atividades de Modelagem. Essas ações, também, denominadas de fases, abrangem a inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação (Almeida; Silva; Vertuan, 2012). Ressalta-se que “[...] a ordem em que tais fases aparecem bem como o tempo dedicado a cada uma e os obstáculos presentes [...] dependem da dinâmica da atividade e do contexto em que a atividade é realizada” (Vertuan; Almeida, 2016, p. 1072).

34 Alternativa, que, por sua vez, “[...] designa algo diferente daquilo que está posto como normal ou devidamente estabelecido num determinado contexto a que se refere [...]” (KLÜBER, 2012, p. 109).

Embora, como mencionado pelos autores supracitados, a ordem dessas fases não deva ser tomada com rigidez, a inteiração aparece como um ponto de partida para o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem e inicia-se com a escolha de um tema a ser investigado.

Após o levantamento de informações qualitativas e quantitativas sobre o tema e elaboração de uma questão que possa ser investigada via Matemática, passa-se, à fase da *matematização* (Vertuan; Almeida, 2016). *Matematização*, que segundo Almeida e Silva (2015), é uma das ações da transição entre um *problema real* e a obtenção de um modelo matemático e pode ser caracterizada “em termo de transição de linguagem, uma vez que os resultados obtidos na fase de inteiração são, em sua maioria, expressos em linguagem natural e não possuem uma linguagem matemática diretamente associada, mas que precisa ser elaborada” (Vertuan; Almeida, 2016, p. 1073).

Na fase, intitulada resolução,

[...] os alunos constroem um modelo matemático da situação inicial, modelo esse que abarca características do fenômeno e permite interpretá-lo, responder à questão inicial e, em alguns casos, até mesmo, realizar previsões para o problema em estudo. Nessa fase o sujeito utiliza conceitos, métodos e representações matemáticas, põe em uso seus conhecimentos prévios, busca padrões, recorre a ferramentas computacionais, coordenada diferentes representações dos objetos matemáticos, busca conhecer conceitos novos e ressignifica os já conhecidos (Vertuan; Almeida, 2016, p. 1073).

A interpretação de resultados e validação constitui-se no momento de análise de respostas para o problema investigado. Trata-se “de um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da representação matemática associada ao problema real, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto à adequação da representação para a situação” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 16).

Destacamos, para além da explicitação das fases do trabalho com MM, *situação-problema não essencialmente matemática e problema real*, expressões mencionadas pelos autores e que aparecem, nos textos lidos, como sinônimos. O termo problema é compreendido “[...] como uma situação na qual o indivíduo não possui esquemas *a priori* para sua solução. Assim, para resolução de situações-problema, de modo geral, não há procedimentos previamente conhecidos ou soluções já indicadas” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 12).

A compreensão de problema, apresentada pelos autores, parece se aproximar daquilo que Sant’Ana e Sant’Ana (2015, p. 4) denominam de questão aberta: “aquela cuja resposta depende de hipóteses realizadas pelos estudantes, na qual mudanças de estratégia permitem a obtenção de respostas distintas”, bem como da explicitação de problema de pesquisa aberta trazida por Butts (1997, p. 42) no qual não há “uma estratégia no interior do seu enunciado. [...] cuja função mais importante [...] é incentivar a conjectura”.

Acerca do substantivo *real* acrescido ao termo *problema*, como expresso por Almeida, pode-se afirmar que ele é entendido como situações que são ou podem ser enfrentadas pelos alunos no dia a dia, como por exemplo, a quantidade de mercúrio contido em lâmpada fluorescente e a contaminação do ambiente em que são descartadas ou a quantidade aproximada de lixo jogado nas ruas do bairro.

Jonei Cerqueira Barbosa é, também, um autor importante no âmbito da MM na Educação Matemática brasileira. Sua compreensão de Modelagem é classificada por Kaiser e Sriraman (2006) como sociocrítica. Para eles, “[...] This perspective emphasises the role of mathematics in society and claims the necessity to support critical thinking about the role of mathematics in society, about

the role of and nature of mathematical models and the function of mathematical modelling in society³⁵” (p. 306).

Barbosa, em suas investigações, menciona a necessidade de se ter clareza sobre o que se denomina por Modelagem, haja vista que, por vezes, ela é tomada em termos genéricos: como a aplicação da matemática em outras áreas do conhecimento (Barbosa, 2004). Ao explicitar sua compreensão, afirma que “[...] Modelagem é um ambiente³⁶ de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da *realidade*” (Barbosa, 2001, p. 6, grifo nosso).

Na tentativa de clarear sua compreensão e indicar modos de implementação da Modelagem em sala de aula, o autor propõe três encaminhamentos, denominados por ele de ‘casos’. Eles se diferenciam pela participação de professores e de alunos em cada um deles, bem como no que concerne à duração e ao aprofundamento das atividades de Modelagem desenvolvida nessa compreensão.

No caso 1, o professor apresenta um problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação. Aqui, os alunos não precisam sair da sala de aula para coletar novos dados e a atividade não é muito extensa. [...] Já no caso 2, os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, mas têm que sair da sala de aula para coletar dados. Ao professor, cabe apenas a tarefa de formular o problema inicial. Nesse caso, os alunos são mais responsabilizados pela condução das tarefas. [...] E, por fim, no caso 3, trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas ‘não-

35 Esta perspectiva enfatiza o papel da matemática na sociedade e enfatiza a necessidade de desenvolver o pensamento crítico sobre o papel e a função da matemática na sociedade (tradução nossa).

36 O autor, ao explicitar o termo ‘ambiente de Modelagem’, menciona que ele está “[...] associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas” (Barbosa, 2003, p. 68-69).

matemáticos', que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos (Barbosa, 2004, p. 4-5).

Dos casos explicitados pelo autor, nota-se uma preocupação em apresentar modos de desenvolver a MM em sala de aula, isto é, os casos são caminhos pelos quais se pode “[...] implantar e desenvolver o processo de Modelagem de forma gradativa nas aulas de Matemática [...] de acordo com as possibilidades e limitações oferecidas pelo contexto escolar e com o grau de amadurecimento do professor, frente à Modelagem Matemática” (Chaves, 2012, p. 40-41).

Jussara de Loiola Araújo explicita sua compreensão de Modelagem como uma abordagem “[...] por meio da matemática, de um problema não matemático da *realidade*, ou de uma situação não matemática da realidade, escolhida pelos alunos reunidos em grupos, de tal forma que as questões da *Educação Matemática Crítica* embasem o desenvolvimento do trabalho” (Araújo, 2002, p. 47, grifos nosso).

Ao assumir uma compreensão de Modelagem, orientada pela *Educação Matemática Crítica*, a autora menciona que “os alunos são convidados a buscar soluções para os problemas, por meio da matemática, e, simultaneamente, a questionar a própria matemática e seu uso na sociedade, tendo, assim, preocupações para além do desenvolvimento de habilidades de cálculos ou da aplicação da matemática” (Araújo; Martins, 2017, p. 116). Diferentemente dos autores, até então, mencionados, Araújo não explicita encaminhamentos específicos para a implementação da Modelagem em sala de aula. Há, no entanto, a orientação para que os alunos trabalhem em grupos; escolham temas de seu interesse e levantem

problemas correlatos a esses temas que possam ser desenvolvidos por meio de Matemática. Essas orientações, por sua vez, devem ser tomadas de tal modo que as questões da *Educação Matemática Crítica* conduzam a realização dos trabalhos (Araújo, 2009, 2012).

Tomando a Educação Matemática Crítica com um aspecto central de sua compreensão de Modelagem, a autora:

Sustenta uma abordagem da modelagem na educação matemática que não se preocupe, apenas, em dar instrumentos matemáticos aos estudantes ou em apresentar a eles exemplos de aplicação da matemática à realidade (o que poderia reforçar concepções absolutistas da matemática). Mais que isso, pretendo que a modelagem os faça refletir sobre a presença da matemática na sociedade, seja em benfeitorias ou em problemas sociais, e reagir contra as situações críticas que a matemática também ajudou a construir (Araújo, 2009, p. 64).

Para *Dionísio Burak*, a Modelagem Matemática consiste em um “[...] conjunto de procedimentos cujo objetivo é tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões” (Burak, 1992, p. 92). “O conjunto de procedimentos se constitui nas etapas e no entendimento de que fenômeno é tudo o que pode ser percebido pelo sujeito” (Burak, 2017, p. 18). Essas etapas são apresentadas como encaminhamentos, não lineares, para as atividades de Modelagem em sala de aula e abrangem: 1) Escolha do tema; 2) Pesquisa exploratória; 3) Levantamento dos problemas; 4) Resolução dos problemas e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema e 5) Análise Crítica das soluções (Burak, 2004).

Na compreensão do autor, a *escolha do tema* “parte do interesse do grupo ou dos grupos de estudantes

envolvidos. Esses temas são, inicialmente, colocados pelos estudantes, segundo o interesse que manifestam, pela curiosidade ou mesmo para a resolução de uma situação-problema” (Burak, 2010, p. 19).

A segunda etapa, denominada por *pesquisa exploratória*, acontece de modo articulado à escolha do tema, pois ao selecionar uma temática a ser trabalhada, essa seleção está, muitas vezes, vinculada à curiosidade, ao desejo de se conhecer mais e melhor aquele assunto (Burak; Aragão, 2012).

O *levantamento dos problemas* configura-se “como importante para o desenvolvimento, no grupo ou nos grupos, da experiência de campo, [...] tornando os alunos capazes de realizar uma leitura mais atenta da *realidade*, atributos importantes na formação de um pesquisador” (Burak, 2004, p. 5, grifo nosso). É ainda, a “ocasião em que surgem várias questões como resultado da coleta dos dados na pesquisa exploratória” (Burak, 2017, p. 20). Já os problemas, na compreensão de MM do autor, são: 1) elaborados a partir dos dados coletados na pesquisa de campo; 2) possuem, geralmente caráter genérico; 3) Estimulam a busca e a organização dos dados; 4) Favorecem à compreensão de uma determinada situação (Burak, 2004, p.5-6).

A *resolução dos problemas e o desenvolvimento da Matemática relacionada* confere à Modelagem Matemática a etapa em que se faz o uso de todo ferramental matemático disponível (Burak, 2010, 2017; Burak; Aragão, 2012). Esse é o momento em que os problemas elaborados determinam os conteúdos a serem trabalhados.

A última etapa refere-se à *análise crítica das soluções*. Esse momento é destinado à discussão das soluções encontradas em todo processo de Modelagem Matemática e “possibilita tanto o aprofundamento de

aspectos matemáticos como dos aspectos não matemáticos, envolvidos no tema” (Burak; Aragão, 2012, p. 100). Sob o aspecto da Matemática “pode-se analisar a coerência e a consistência lógica da solução ou das soluções encontradas. É uma etapa em que se discute com o grupo ou os grupos os cuidados com a linguagem, com as restrições que se fazem necessárias em muitas ocasiões” (Burak, 2010, p. 24).

Ao buscarmos por textos de *Ademir Donizeti Caldeira*, deparamo-nos com compreensões distintas acerca da Modelagem Matemática. Em textos como: Caldeira (2009) e Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), evidencia-se uma compreensão de MM como uma concepção de Educação Matemática (Caldeira, 2009). Nessa compreensão, “a epistemologia que sustenta os pressupostos da Modelagem [...] é aquela em que os conhecimentos estão sendo construídos pelos homens de acordo com seus interesses sociais, políticos, econômicos e culturais” (p. 43).

Ao tentar explicitar essa compreensão de Modelagem, Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p. 51, grifos nosso) afirmam que a preocupação não incide sobre a Matemática em si mesma, “e sim em discutir problemas da *realidade* e fazer *uso* da Matemática para compreendê-la. [...] Nessa postura, [...] a Modelagem e a Matemática se posicionam no mesmo patamar das preocupações sociais”. Esse entendimento de Modelagem, nas palavras de Klüber (2012, p. 321), “explicita um modo de se fazer Educação Matemática por meio da Modelagem Matemática”. Nessa abordagem, é forte a defesa de um trabalho voltado aos *‘problemas reais’*, ou seja, “a Modelagem não trabalha com problemas inventados, “teóricos” – aqueles que, de modo um tanto injusto, chamamos pejorativamente de “problemas de livro texto”, mas com *problemas reais*” (Meyer; Caldeira; Malheiros, 2011, p. 34-35, grifos nosso).

Ao contrário do que a maioria das compreensões de MM explicitam, Caldeira não apresenta fases ou etapas para o desenvolvimento da Modelagem em sala de aula. Enquanto possíveis encaminhamentos destacam-se alguns indícios que valorizam a elaboração de perguntas pelo aluno e “junto com o professor e os outros alunos, ele vai aprender e (usar) as ferramentas matemáticas já existentes para entender o fenômeno escolhido e, eventualmente, levar à sala de aula conhecimentos, já produzidos pela cultura local para responder as questões relevantes, muitas vezes, até de forma aproximada” (Meyer; Caldeira; Malheiros, 2011, p. 35).

É importante destacar, da compreensão expressa pelos autores, de que não há uma essência que defina o que é Modelagem, porém que Modelagem é o que o discurso diz que ela é. A concepção de essência explicitada pelos autores, consoante nosso entendimento, aponta para *essência* como sendo uma coisa constituída por substratos do mundo natural, como físicos e químicos, por exemplo. Afirmam que só se pode conhecer a Modelagem pelo discurso dito sobre ela. Mas o discurso diz o quê? Não seria um núcleo de ideias articuladas e trazidas pela linguagem, almejando explicitar a mensagem do próprio discurso sobre o afirmado?

Maria Salett Biembengut compreende a Modelagem Matemática como Modelação Matemática, ou seja, como um método de ensino com pesquisa na instituição escolar. Em cursos regulares, nos quais há um programa a ser cumprido:

[...] o processo da modelagem precisa sofrer algumas alterações, levando em consideração principalmente o grau de escolaridade dos alunos, o tempo disponível que terão para trabalho extraclasse, o programa a ser cumprido

e o estágio em que o professor se encontra, seja em relação ao conhecimento da modelagem, seja no apoio por parte da comunidade escolar para implantar mudanças. O método que utiliza a essência da modelagem em cursos regulares, com programa, denominamos de *modelação matemática* (Biembengut; Hein, 2009, p. 18).

O termo “modelação matemática” é exposto na tentativa de diferenciar a Modelagem Matemática, desenvolvida por matemáticos aplicados e aquela desenvolvida em sala de aula. No entanto, “o importante, conforme afirmam os autores, é manter a *essência* da Modelagem Matemática. Na modelação há um destaque ao conteúdo programático e à forma de adequar a essência da Modelagem Matemática ao currículo vigente na escola” (Klüber, 2012, p. 248).

Nota-se que, embora haja uma diferenciação de nomenclaturas, há na compreensão de Modelação da autora, aspectos concernentes ao modo como ela compreende a Modelagem na Matemática Aplicada: “a modelagem matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias” (Biembengut, 1999, p. 20). “Genericamente, pode-se dizer que matemática e *realidade* são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um *meio* de fazê-los interagir” (Biembengut; Hein, 2009, p. 13, grifos nosso).

Assumindo que o trabalho com a Modelação Matemática carrega características da Modelagem na Matemática Aplicada (Biembengut; Hein, 2009), os autores, ao explicitarem as etapas para o desenvolvimento da Modelação no ambiente escolar, afirmam que o professor segue as mesmas etapas do processo de MM: a Interação, a Matematização e o Modelo Matemático, mas

acrescenta a esse processo, na etapa da matematização, “o desenvolvimento do conteúdo programático necessário para a formulação, resolução e a apresentação de exemplos e exercícios análogos para aprimorar a apreensão dos conceitos pelo aluno” (Biembengut; Hein, 2009, p. 20).

A Interação é o reconhecimento da situação-problema e familiarização com o tema a ser trabalhado (Biembengut, 1999). Nessa fase, num primeiro momento, é realizada “uma breve exposição sobre o tema, permitindo certa delimitação do aluno com uma área em questão. [...] Em seguida, faz-se um levantamento de questões, procurando instigar os alunos a participarem com sugestões” (Biembengut; Hein, 2009, p. 20). O tema, por sua vez, pode ser proposto pelo professor ou ser proposto pelos alunos.

Na segunda etapa, matematização, selecionam-se algumas das questões levantadas na etapa anterior com o objetivo de propor aos alunos a busca por soluções. Esse é o momento destinado à formulação do problema (hipótese) e à resolução do problema em termos do modelo matemático (Biembengut, 1999). “Na medida em que se está formulando a questão, ao suscitar um *conteúdo matemático* para a continuidade do processo ou obtenção de um resultado, interrompe-se a exposição e desenvolve-se a matemática necessária” (Biembengut; Hein, 2009, p. 21, grifo dos autores).

A última etapa do processo de Modelação Matemática recebe o nome de Modelo e é destinada à análise do resultado obtido na Matematização. Trata-se, portanto, da interpretação da solução e validação (ou não) do modelo. Busca-se, nesse momento, avaliar de que modo o modelo se aproxima da questão abordada na Modelação e assim “verificar também o grau de confiabilidade na sua utilização”. “[...] Se o modelo não atender às necessidades

que o geraram, o processo deve ser retomado na segunda etapa – matematização – mudando-se ou ajustando hipóteses, variáveis etc” (Biembengut; Hein, 2009, p. 15).

Na compreensão de Modelagem da autora em destaque, há um esforço em diferenciar, inclusive com outra denominação, a MM na Matemática Aplicada e a MM enquanto uma possibilidade para o ensino de Matemática. No entanto, mesmo sugerindo adaptações, menciona que a Modelação, nomenclatura para a Modelagem no ensino, carrega a *essência* da Modelagem no âmbito da MA. Pela leitura dos textos já referidos, compreendemos, quando mencionam *essência*, o destaque a uma ideia nuclear da MM. Esse núcleo aponta, segundo Klüber (2012), para a obtenção do modelo matemático, que pode ser formulado “[...] utilizando-se de expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais etc [...]” (Biembengut; Hein, 2009, p. 12).

Maria Isaura de Albuquerque Chaves, outra autora em destaque, apresenta a Modelagem na Educação Matemática como “[...] um processo, ou um modo de ensinar e aprender matemática, que contempla *situação real, problematização e investigação*” (Chaves, 2012, p. 38-39, grifos nosso).

Situação real, compreendida como uma situação não matemática, cujo interesse pertence “[...] ao âmbito do contexto social ou cultural das experiências compartilhadas, ou que possam viver e ser compartilhadas pelo modelador” (Chaves, 2012, p. 39). *Problematização* é, para a autora, “o ato de lançar questões sobre a situação real, caso estas, por si só, já não venham na forma de um problema, ou seja, problematizar é elaborar situação-problema” (p. 39). No que se refere ao terceiro aspecto

que compõe a compreensão de MM, afirma que ele “diz respeito a toda e qualquer pesquisa necessária para o desenvolvimento do processo de Modelagem, seja para buscar mais dados [...] ou mais conceitos e conteúdos da matemática” (p. 39).

Embora compreendamos que: *situação real*, problematização e investigação sejam aspectos de destaque no entendimento de MM de Chaves e, que, ao explicitá-los, podemos indicar como se dá o trabalho em sala de aula, a autora não avança nessa explicitação, mas busca apresentar como a MM se configura em sala de aula. Nesse contexto, Chaves e Oliveira (2008) defendem a Modelagem:

[...] como um ambiente³⁷ de ensino e de aprendizagem 64 onde o professor, através de problematizações de situações com referência na realidade, oportuniza ao aluno, a construção de modelos matemáticos, sobre os quais ele faça inferências e/ou projeções, cabendo ao professor o acompanhamento das atividades, no sentido de conduzir o aluno na/para a construção do conhecimento matemático previsto no planejamento escolar (p. 157).

Com a apresentação de entendimentos acerca da Modelagem Matemática na Matemática Aplicada e na Educação Matemática, que estão presentes na literatura, no próximo item, nos dedicamos a explicitar aspectos que se mostraram fortes no estudo realizado.

37 Entendemos que um ambiente de ensino e aprendizagem é construído no espaço sala de aula, sem necessariamente se restringir a ele, a partir do momento em que, cada um de seus participantes, alunos e professores, assumem responsabilidades e obrigações pelo desenvolvimento de atividades que visem o ensino e a aprendizagem do conhecimento, aqui, em particular, o matemático (Chaves; Oliveira, 2008, p. 159).

4. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Ao realizarmos o estudo sobre a Modelagem Matemática nas distintas áreas de pesquisa, fica evidente que, embora a MM na Educação Matemática seja proveniente da MM na Matemática Aplicada, ela apresenta características distintas e se configura como uma possibilidade ao ensino de Matemática.

Essas características envolvem a própria diferença entre as áreas: Matemática Aplicada e Educação Matemática. Nesse sentido, Tambarussi e Bicudo (2020, p. 327), afirmam que:

O termo “*aplicada*” revela que se está aplicando o conhecimento matemático, exposto como um modelo, a uma situação da *realidade* para entendê-la, para emitir juízos sobre o que nela poderá ocorrer. Modelo diz de uma situação, objeto de estudo, estar *representada*; neste caso, matematicamente, ou seja, de acordo com o ferramental matemático. O termo “*educação*” não admite aplicação de um modelo, se educação for tomada como uma ação (neste caso específico, de ensinar matemática) que visa a formar a pessoa. Nota-se que, nesse âmbito, modelagem é entendida como uma atividade para trabalhar matemática ao ensiná-la aos alunos. Como realizar esse trabalho? Como compreender a ação correspondente ao ensino, que é a aprendizagem? Abrem-se outras questões que apontam diferenças, cada vez mais contundentes entre ambas as “modelagens”.

Bean (2001, p. 55), em sentido próximo ao exposto na citação acima, afirma que a MM “[...] definida como um processo de criar um modelo matemático baseado em hipóteses e aproximações simplificadoras [...] focaliza o processo matemático, enquanto as propostas para o ensino tratam questões metodológicas para conectar a Matemática aos interesses dos alunos”.

Com os aspectos explicitados, reforça-se a necessidade de se ter clareza sobre qual será o foco quando trabalhamos com a Modelagem Matemática. É essa clareza que irá direcionar os caminhos e as possibilidades de realizar um trabalho coerente com o contexto no qual estamos inseridos.

Do estudo realizado, destaca-se que na Matemática Aplicada, a MM é o estudo matemático de uma situação em que se mostra um problema a ser enfrentado. Para tanto, o matemático é solicitado a compreender a situação, delinear, de modo claro e em uma linguagem matemática, o problema e colocar-se no movimento de abstrair da complexidade da situação características importantes – invariantes - que a descrevem de um ponto de vista matemático e em relação ao problema enfrentado naquela situação.

Na Educação Matemática, a Modelagem é um *caminho*, uma maneira, uma *plataforma* que pode dispor, positivamente, os alunos a aprenderem Matemática. É um *modo* de proceder em sala de aula. A situação em que o “problema” se coloca para ser “modelado” é aquela do cotidiano do aluno. Modelar, nesta dimensão, é abordar características diversas daquela em que se é trabalhado no âmbito da MM na Matemática Aplicada.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, H. C. da. A Matematização em atividades de Modelagem Matemática. **Alexandria**, Florianópolis, v. 8, n. 3, p. 207-227, nov. 2015.

ANASTACIO, M. Q. A. **Considerações sobre a Modelagem Matemática e a Educação Matemática**. 1990. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio Mesquita Filho”, Rio Claro, 1990.

ARAÚJO, J. de. L. **Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática**: as discussões dos alunos. 2002. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

ARAÚJO, J. de. L. Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **Alexandria**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 55-68, jul. 2009.

ARAÚJO, J. de. L. Ser crítico em projetos de modelagem em uma perspectiva crítica de educação matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 839-859, 2012.

ARAÚJO, J. de. L.; MARTINS, D. A. A oficina de Modelagem #OcupaICEx: empoderamento por meio da Matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 6, n. 12, p. 109-129, jul./dez. 2017.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2001. p. 1-15.

BARBOSA, J. C. As relações dos professores com a Modelagem Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004. p. 1-11.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BEAN, D. O que é Modelagem Matemática? **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, n. 9, p. 49-57, 2001.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática e implicações no ensino-aprendizagem de matemática**. Blumenau: Furb, 1999.

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BURAK, D. **Modelagem matemática**: ações e interações no processo de ensino aprendizagem. Campinas, 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, D. A modelagem matemática e a sala de aula. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EPMEM, 1, 2004. **Anais...** Londrina: UEL, 2004.p. 1-10.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, Blumenau, v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010.

BURAK, D.; ARAGÃO, R. M. R. de. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa**. Curitiba: CRV, 2012.

BURAK, D. Modelagem na perspectiva da Educação Matemática: um olhar sobre seus fundamentos. **Unión**, São Paulo, n. 51, p. 9-26, dez. 2017.

BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997. p. 33 – 48.

CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática: um outro olhar. **Alexandria**, Florianópolis. v. 2. n. 2, p. 33-54, 2009.

CHAVES, M. I. de A.; OLIVEIRA, D. do E. S. Modelagem Matemática: uma concepção e várias possibilidades. **Bolema**, Rio Claro, v. 21, n. 30, p. 149-161, 2008.

CHAVES, M. I. de A. **Percepções de professores sobre repercussões de suas experiências com Modelagem Matemática**. 2012. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2012.

HOUAISS, A. **Dicionário Houaiss de sinônimos e antônimos**. São Paulo: Objetiva, 2017.

JAVARONI, S. L. **Abordagem geométrica**: possibilidades para o ensino e aprendizagem de introdução às Equações Diferenciais Ordinárias. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM**, Alemanha, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

KAISER, G.; SCHWARZ, B. Authentic modelling problems in mathematics education - examples and experiences. **ZDM**, Alemanha, v. 31, p. 51-76, feb. 2010.

KLÜBER, T. E. **Uma metacompreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática**. 2012. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

MEYER, J. F. da C. de A; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS,

A. P. dos S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

NEGRELLI, L. G. **Uma reconstrução epistemológica do processo de Modelagem Matemática para a Educação (em) Matemática**. 2008. Tese (Doutorado em Educação) – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

POLLAK, H. Mathematical Modelling — a Conversation with Henry Pollak. In: BLUM W. et al. (ed.). **Modelling and Applications in Mathematics Education**. Boston: New ICM Study Series. Springer, 2007. p. 109-120.

SANT'ANA, M. de F.; SANT'ANA, A. A. Modelagem Matemática: relação entre formulação de perguntas e elaboração de tarefas. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais...** Pirenópolis: SBEM, 2015. p. 1-13.

SOSSAE, R. C.; MEYER, J. F. da C. A. Modelagem Matemática de fenômenos da vida. In: MEYER, J. F. da C. A.; BERTAGNA, R. H. **O ensino, a ciência e o cotidiano**. São Paulo: Alínea, 2006. p. 149-171.

TAMBARUSSI, C. M.; BICUDO, M. A. V. Focando o conceito de conhecimento em Modelagem Matemática na educação matemática. **Revista Paradigma**, [S.I.], v. XLI, n. 2, p. 311-330, dez. 2020.

TAMBARUSSI, C. M. **A produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática**. 2021. 261 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2021.

VERTUAN, R. E.; ALMEIDA, L. M. W. de. Práticas de monitoramento cognitivo em atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 1070- 1091, dez. 2016.

SOBRE OS AUTORES

Carla Melli Tambarussi

Doutorado em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Mestrado em Educação pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Campus de Cascavel. Graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Campus de Cascavel. Atuou como professora substituta do Instituto Federal do Paraná de Assis Chateaubriand (de 2015 até 2017 e de 2021 até 2022). Foi coeditora técnica da Revista Pesquisa Qualitativa (Março de 2016 até abril de 2026). Membro do Grupo de Pesquisa Fenomenologia em Educação Matemática e do Grupo de Pesquisa Investigação Fenomenológica na Educação Matemática. É coeditora chefe da Revista Pesquisa Qualitativa. É Professora Adjunta da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão - UEMASUL - Imperatriz - MA. Atualmente é Coordenadora da Pesquisa da UEMASUL (PROPGI/UEMASUL).



Murilo Barros Alves

Doutor em Engenharia de Produção pela Universidade Vale do Rio Sinos - São Leopoldo RS. Mestre em Ensino da Matemática pela PUC-MG, Especialista em Fundamentos da Matemática pela PUC-MG, possui graduação em Ciências Com Habilitação Plena Em Matemática - Faculdades da Associação Educativa Evangelica (1994). Atualmente é professor Adjunto III da Universidade da Região Tocantina do Maranhão (UEMASUL), ocupa o cargo de Coordenador de Tecnologia de Informação e Coordenador do Mestrado Profissional em Processos e Tecnologias Educacionais em Rede Nacional da UEMASUL.



A Educação Matemática, nos últimos sessenta anos, tem se constituído, segundo Bicudo (2013) como uma região de inquérito em torno de questionamentos específicos em busca de procedimentos apropriados às ações de educar e de ensinar Matemática. Tais questionamentos se fortalecem à medida em que as pesquisas da área buscam, por exemplo, apresentar compreensões e aprofundamentos sobre modos de se trabalhar com a Matemática em sala de aula, sobre aspectos concernentes à aprendizagem dos alunos, sobre os desafios presentes na formação do professor.

É nessa complexidade de temas e de questionamentos que os capítulos organizados neste livro se inserem, reunindo textos que problematizam, sob distintos enfoques, modos de ensinar, de aprender e de compreender a Matemática nos diversos contextos educativos. Os capítulos dialogam com questões importantes da área como a Resolução de Problemas, a Modelagem Matemática, a formação de professores, as tecnologias digitais, o pensamento computacional, o currículo e as dimensões socioculturais que atravessam o ensino.